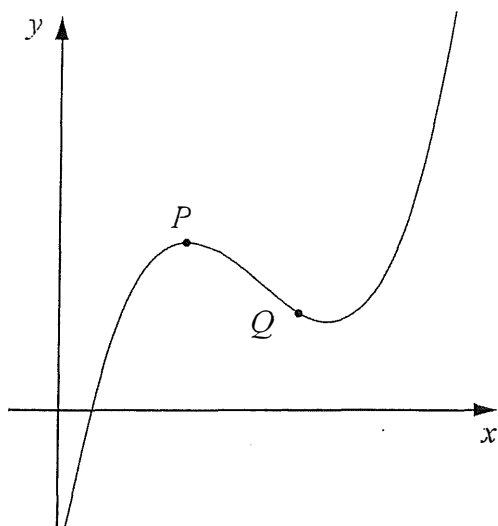


## Del I

Denna del består av 11 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

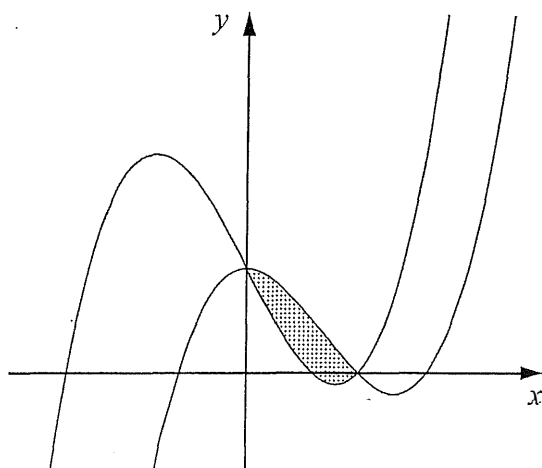
1. Beräkna  $\int_1^2 2x^3 dx$  (2/0)
2. a) Uttryck  $210^\circ$  i radianer. *Endast svar fordras* (1/0)  
b) Uttryck  $-3\pi$  i grader. *Endast svar fordras* (1/0)
3. Derivera  
a)  $g(x) = 4\sin 5x$  *Endast svar fordras* (1/0)  
b)  $h(x) = \frac{3x}{x^2 + 1}$  *Endast svar fordras* (0/1)
4. Bestäm den primitiva funktion  $F$  till  $f(x) = e^{3x}$  för vilken  $F(0) = \frac{4}{3}$  (2/0)
5. För vilka vinklar  $\nu$  i intervallet  $0^\circ \leq \nu \leq 360^\circ$  gäller det att  $\cos \nu < \cos 160^\circ$ ? (1/1)

6. I figuren visas tredjegradskurvan  $y = f(x)$ . Punkterna  $P$  och  $Q$  ligger på kurvan.  $P$  är en lokal maximipunkt. I tabellen visas olika alternativ A-H för tecknen på  $f'(x)$  och  $f''(x)$ .



|   | $f'(x)$ | $f''(x)$ |
|---|---------|----------|
| A | +       | +        |
| B | +       | 0        |
| C | +       | -        |
| D | 0       | +        |
| E | 0       | -        |
| F | -       | +        |
| G | -       | 0        |
| H | -       | -        |

- a) Ange vilket av alternativen A-H som passar in på punkten  $P$ .  
*Endast svar fordras* (1/0)
- b) Ange vilket av alternativen A-H som passar in på punkten  $Q$ .  
*Endast svar fordras* (0/1)
7. Figuren visar ett område som begränsas av kurvorna  $y = x^3 - 2x + 1$  och  $y = x^3 - 2x^2 + 1$



Teckna ett integraluttryck för områdets area och beräkna denna.

(1/2)

8. Bestäm samtliga lösningar till ekvationen  $f'(x) = 0$  i intervallet  $0 \leq x \leq \pi$  då  $f(x) = 2x + \cos 4x$  (1/2)

9. Visa att  $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \tan x$  för alla  $x$  där uttrycken i båda led är definierade. (0/2/□)

10. Eva och Kerstin diskuterar hur de ska lösa följande uppgift:

Visa att  $F_1(x) = \frac{1}{1 - \sin x}$  och  $F_2(x) = \frac{2\sin x - 1}{1 - \sin x}$  är primitiva funktioner till en och samma funktion.

Eva säger att hon tänker undersöka derivatan för de givna funktionerna.  
Kerstin säger att det även går att lösa uppgiften genom att undersöka differensen av de primitiva funktionerna.

- a) Lös uppgiften med någon av metoderna. (0/2)
- b) Förklara varför Kerstins metod fungerar. (0/0/□)

Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

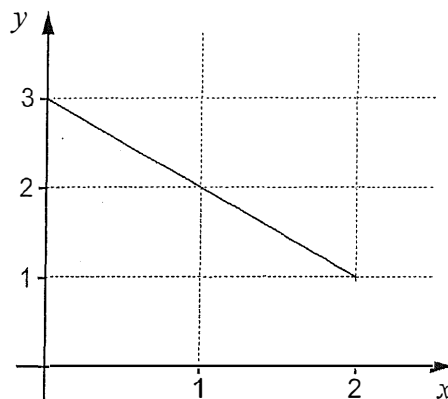
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

11. I den här uppgiften ska du undersöka sambandet mellan area och integral.

Figuren visar  $y = g(x)$  i intervallet  $0 \leq x \leq 2$

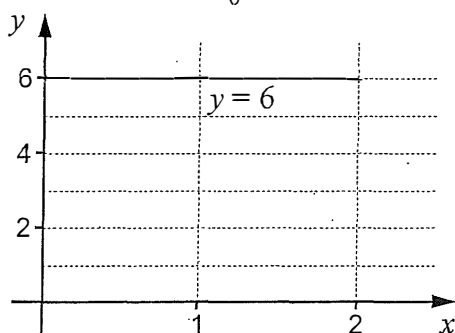
Det skuggade områdets area är 4 a.e. Alltså gäller att

$$\int_0^2 g(x) dx = 4$$

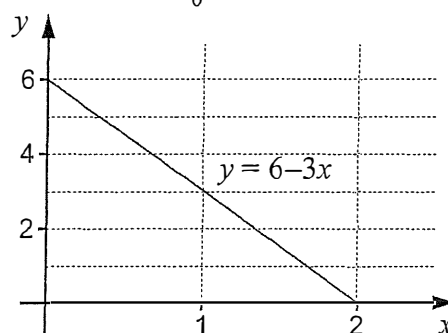


- Beräkna integralerna  $A$  och  $B$ , till exempel genom att tolka dem som areor.

$$A = \int_0^2 6 dx$$



$$B = \int_0^2 (6 - 3x) dx$$



- Bestäm två exempel på linjära funktioner på formen  $y = kx + m$  med

egenskapen  $\int_0^2 (kx + m) dx = 1$

- Bestäm ett generellt samband mellan  $k$  och  $m$  som måste gälla för att

$$\int_0^2 (kx + m) dx = 1$$

- Bestäm vilket ytterligare villkor för värdet på  $k$  eller  $m$  som måste gälla för

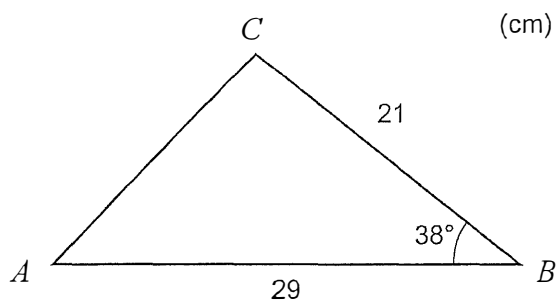
att  $\int_0^2 (kx + m) dx$  ska kunna tolkas som arean av ett område i första

kvadranten och  $\int_0^2 (kx + m) dx = 1$

## Del II

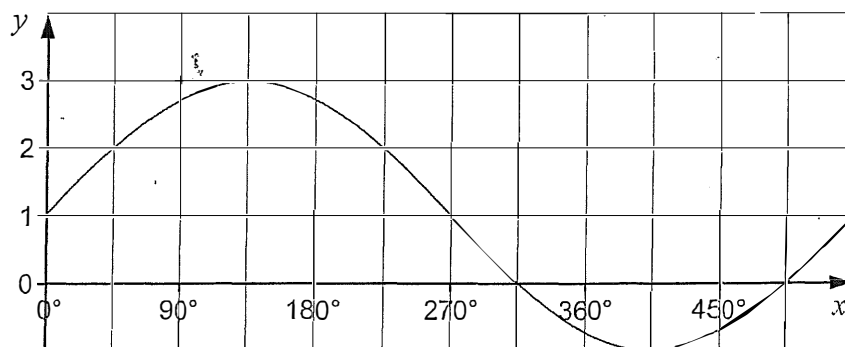
Denna del består av 6 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.  
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

12. Figuren visar triangeln  $ABC$ . Beräkna längden av sträckan  $AC$ .



(2/0)

13. En funktion av typen  $y = A + B \sin kx$  ger grafen nedan.



Bestäm värdena på  $A$ ,  $B$  och  $k$ .

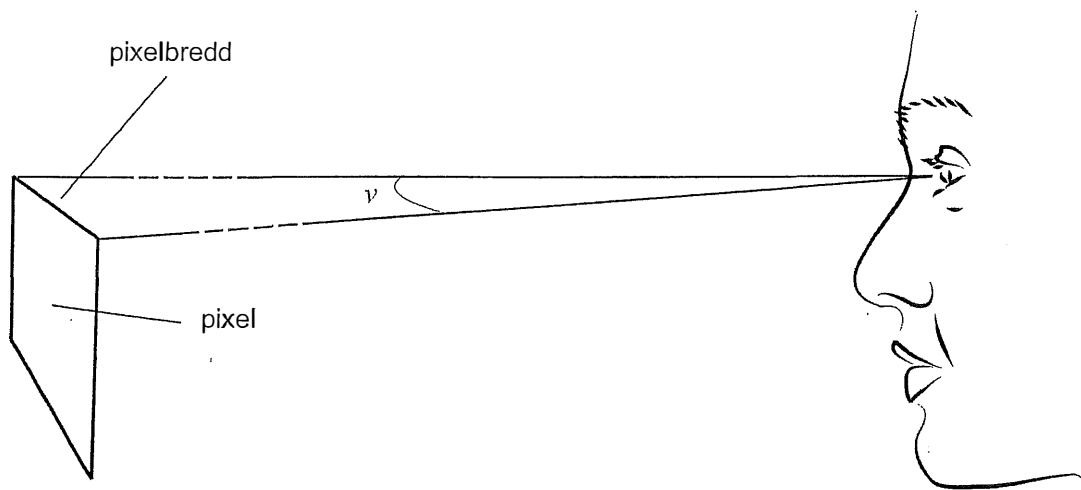
Endast svar fordras

(2/1)

14. För att bildkvaliteten på en TV ska upplevas vara så bra som möjligt ska man sitta på ett avstånd så att man precis kan urskilja en enstaka bildpunkt, det vill säga en pixel. Sitter man för långt från TV:n börjar detaljerna flyta samman och sitter man för nära ser man de enskilda pixlarna.

Med normal syn är upplösningen  $\nu$  hos det mänskliga ögat cirka  $0,0167^\circ$

En TV med storleken 50 tum har bredden 1107 mm. TV:n har full HD-upplösning, vilket innebär att antalet pixlar på bredden är 1920 stycken.



På vilket avstånd ska en person med normal syn sitta för att uppleva så bra bildkvalitet som möjligt, det vill säga precis kunna urskilja en enskild pixel? (3/0)

15. En tank som från början är tom fylls med vatten med hastigheten  $(8,0 + e^{0,01t})$  liter/min, där  $t$  är tiden i minuter från påfyllningens start.

- a) Bestäm vattenvolymen i tanken 60 minuter efter påfyllningens start. (0/1)
- b) Hur lång tid tar det från påfyllningens start tills vattenvolymen är 2500 liter? (0/2)

16. Peter och Marcus har fått i uppgift att med hjälp av derivata undersöka om funktionen  $f(x) = x^4 - x^5$  har en maximi-, minimi- eller terrasspunkt för  $x = 0$

De börjar med att derivera och konstaterar att  $f'(0) = 0$ . Sedan ska de undersöka om  $x = 0$  är en maximi-, minimi- eller terrasspunkt till funktionen.

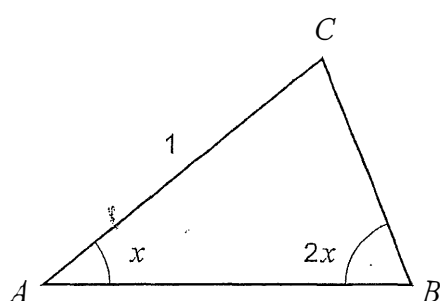
”Jag tänker göra en teckenstudie av  $f'(x)$ ”, säger Peter.

”Det är enklare att använda andraderivatan. Jag tänker lösa uppgiften genom att beräkna  $f''(0)$ ”, svarar Marcus.

Värdera och jämför pojkarnas lösningsmetoder och lös uppgiften.

(1/1/□)

17. I triangeln  $ABC$  har sidan  $AC$  en bestämd längd, 1 längdenhet. Övriga sidor och triangelns vinklar kan variera men vinkeln  $ABC$  ska alltid vara dubbelt så stor som vinkeln  $CAB$ .



[1.e.]

För vilket värde på vinkeln  $A$  blir triangelns area så stor som möjligt?

(0/3/□)