Historik: Argand och det komplexa talplanet

1 a) –1

b) $-\sqrt{(-1)}$

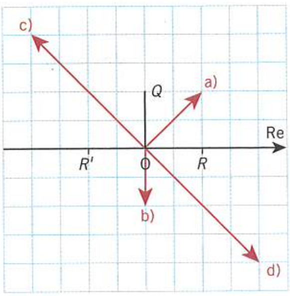
c) 1

d) –1

e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{-1})$

f) $\frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}\sqrt{-1})$

2



4220 a) $z = 4(\cos 180° + i \sin 180°)$

b) $z = 4(\cos 90° + i \sin 90°)$

c) $z = 2(\cos 270° + i \sin 270°)$

d) $z = 3(\cos 0° + i \sin 0°)$

4221 a) $z = 5(\cos 45° + i \sin 45°)$

b) $z = 8(\cos 120° + i \sin 120°)$

4222 a) $z = 3{,}54 + 3{,}54i$

b) $z = -1{,}37 - 3{,}76i$

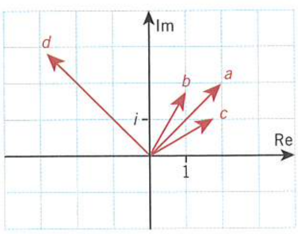
c) $z = 4{,}10 - 2{,}87i$

d) $z = -2$

4223 a) –1 c) 2 e) 3

b) $-3i$ d) $\sqrt{3}i$ f) –1

4224



a) $z = \sqrt{8}(\cos 45° + i\sin 45°)$

b) $z = 2(\cos 60° + i\sin 60°)$

c) $z = 2(\cos 30° + i\sin 30°)$

d) $z = \sqrt{18}(\cos 135° + i\sin 135°)$

4225 a) $|z| = \sqrt{41}$ c) $|z| = \sqrt{5}$

b) $|z| = \frac{\sqrt{13}}{5}$ d) $|z| = 1$

4226 a) 36,9° c) 236,3°

b) 111,8° d) 291,8°

4227 *Förklaring:*
Theo har läst av argumentet medurs, medan Leo har läst av argumentet moturs.

4228 a) $|z| = \sqrt{2}$ b) $|\bar{z}| = \sqrt{2}$

c) $\arg z = -\pi/4$ (vilket är detsamma som $7\pi/4$)

d) $\arg \bar{z} = \pi/4$

4229 a) $z = 2(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$

$\bar{z} = 2(\cos(-\frac{\pi}{2}) + i\sin(-\frac{\pi}{2}))$

b) $z = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$

$\bar{z} = \sqrt{2}(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i\sin(-\frac{\pi}{4}))$

c) $z = 3(\cos 0 + i \sin 0)$

$\bar{z} = 3(\cos 0 + i \sin 0)$

d) $z = \sqrt{8}(\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}) =$

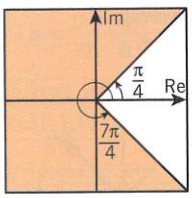
$= \sqrt{8}(\cos(-\frac{3\pi}{4}) + i\sin(-\frac{3\pi}{4}))$

$\bar{z} = \sqrt{8}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

4230 a) $\pi/2$ c) $5\pi/4$

b) $\pi/4$ d) $\pi/3$

4231



4232 a) *Lösning:*

$z = -\frac{2+2i}{i} = \frac{2+2i}{-i} =$

$= \frac{(2+2i)\cdot i}{-i\cdot i} = \frac{2i+2i^2}{-i^2} =$

$= \frac{-2+2i}{1} = -2+2i$

$z = -2+2i$ ligger i andra kvadranten med

$\arg z = \frac{3\pi}{4}$

b) $\arg z = \frac{5\pi}{4}$

Lösning:

$z = -\frac{2}{1-i} = \frac{-2(1+i)}{(1-i)(1+i)} =$

$= \frac{-2-2i}{1-i^2}$

$z = -1-i$ ligger i tredje kvadranten med

$\arg z = \frac{5\pi}{4}$

4233 $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$

Lösning:

$z = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

$-iz = \frac{i}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$

4234 a) $\arg iz = \frac{3\pi}{4}$ b) $\arg(-iz) = \frac{7\pi}{4}$

4235 Likheten stämmer eftersom två vektorer som har samma längd men med vinkel v respektive $-v$ är speglingar av varandra i den horisontella axeln. När en vektor ses som ett komplext tal innebär en spegling i reella axeln att man byter tecken på imaginärdelen dvs man har tagit dess konjugat.

4239 a) 6 c) 1,5

b) 60° d) 30°

4240 a) 72 c) 2

b) π d) $\pi/3$

4241 $3\left(\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{11\pi}{6}\right)\right)$

Ledtråd:

$\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{2} = \frac{2\pi}{6} + \frac{9\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$