

3322 a) $\frac{dy}{dt} = 260$ individer/år

b) $\frac{dy}{dt} = -900$ individer/år

c) $0 < y < 5400$

d) $y > 5400$

e) $y = 5400$

3323 a) Antalet bakterier är från början 100 st och de ökar med en hastighet som är 8% av antalet bakterier.

b) $y = 100 e^{0,08t}$

3324 a) En kopp te har från början temperaturen 85 °C. Den svalnar sedan med en hastighet proportionell mot skillnaden mellan teets temperatur och rumstemperaturen.

b) -

c) Temperaturen vid någon tidpunkt $t > 0$.

3325 **Ledtråd:**

$$\frac{dy}{dt} = \frac{k}{\sqrt{2kt + C}}$$

3326 a) $\frac{dh}{dt} = -k\sqrt{h}$, $k > 0$

b) $k = 2$

Ledtråd:

Jämför $\frac{dh}{dt}$ med $\sqrt{h}$

c) $h(0) = 81$ cm och $h(9) = 0$, dvs tanken är tom efter 9 minuter.

3327 $\frac{dy}{dt} = 1 - 0,1y$

3403 a) T ex $F(x) = x^3/3 + 3x$

b) T ex $F(x) = 0,6e^{2x}$

c) T ex $F(x) = 2 \sin x - \cos x$

d) T ex $F(x) = -\frac{\cos 4x}{8}$

3404 a) $F(x) = 4 \sin x - x^3 + 1$

Ledtråd:

$$F(x) = 4 \sin x - x^3 + C$$

Sätt $F(0) = 1$ och bestäm C.

b) $F(x) = 2e^{3x}/3 + x^2/2 + 1/3$

3405 **Förklaring:**

Båda har derivatan $f(x) = x$.

3406 **Förklaring:**

Finn en primitiv funktion till

$$f(x) = x^2. F(x) = x^3/3$$

Beräkna $F(2) - F(1)$, dvs

$$\int_1^2 x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^2 = \left(\frac{2^3}{3} \right) - \left(\frac{1^3}{3} \right) = \frac{7}{3}$$

3407 a) 1

b) $8e - 8$

3408 a) $\frac{46}{3}$ a.e. $\approx 15,3$ a.e.

Ledtråd:

Beräkna integralen

$$\int_1^3 (10 + x - x^2) dx$$

b) $(4 - 2e^{-1})$ a.e. $\approx 3,3$ a.e.

Ledtråd:

Beräkna summan

$$\int_{-2}^1 (x + 2) dx + \int_0^1 2e^{-x} dx$$

3409 2 a.e.

3410 a) T ex $F(x) = \frac{x^{1,5}}{1,5} - 0,2x$

b) T ex $F(x) = 4 \ln |x| - 8\sqrt{x}$

c) T ex $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$

d) T ex $F(x) = -\frac{5^{-x}}{\ln 5}$

3411 $200/3$ a.e. $\approx 66,7$ a.e.

Ledtråd:

Övre integrationsgräns är funktionens högsta nollställe.

3412 a) $20 \cdot \sqrt{5}$ a.e.

b) $(1/3 + \ln 2)$ a.e.

3413 a) **Ledtråd:**

Derivera $F(x)$

b) $2e^2$

Ledtråd:

Beräkna $F(2) - F(1)$.

3414 $a = \frac{4}{3}$

Ledtråd:

$$\int_0^{\pi/4} a \sin 2x dx = \frac{a}{2}$$

3415 $F'(\sqrt{\pi}) = -1$

Lösning:

$$F(t) = \int_0^t \cos(x^2) dx =$$

$$= G(t) - G(0)$$

där $G'(t) = \cos(t^2)$ och $G(0)$ är en konstant.

$$F'(t) = G'(t) + 0 = \cos t^2$$

$$F'(\sqrt{\pi}) = \cos(\sqrt{\pi})^2 =$$

$$= \cos \pi = -1$$

3418 2,5

Ledtråd:

Bestäm arean under grafen med hjälp av rutorna.

3419 a) $\int_{-1}^3 e^{-2x^2} dx \approx 1,22$

b) $\int_0^2 \sin^2 x dx \approx 1,19$

3420 a) 1,5

Ledtråd:

Använd formeln

$$A = \frac{b(h_1 + h_2)}{2}$$

b) 1,75

Ledtråd:

Rektangelns höjd är $f(0,5) = 1,75$

c) Räknaren ger ca 1,67.

I detta fall ger mittpunktsrektangeln ett bättre närmevärde.

3421 $11 < \int_1^3 f(x) dx < 19$

Ledtråd

De två rektangelarna under kurvan har en area som bildar en undersumma medan de två över kurvan ger en översumma.

3422 $\int_6^8 f(x) dx \approx 15$

Ledtråd:

Uppskatta arean med två parallelltrapetser.