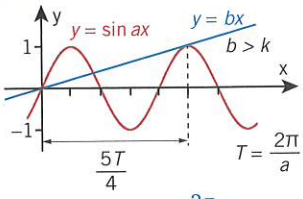
31 $v \approx 68{,}5°$
Ledtråd:
I parallelltrapetset är $h = 5 \sin v$ och $b = 10 + 2 \cdot 5 \cos v$. Ställ upp en formel och finn det största värdet grafiskt.

32 $\cos 1 \approx 0{,}54$
Ledtråd:
Tolka gränsvärdet som en derivata.

33 För $n = 4k$, $k = 1, 2, 3, \ldots$

34 a) $b \geq a$
Ledtråd:
Bestäm lutningen i origo.

b) $\frac{2a}{5\pi} < b < a$
Ledtråd:



b > k i figuren, $T = \frac{2\pi}{a}$

35 I $\frac{A_1}{A_2} = \frac{2}{1}$

II $\frac{A_1}{A_2} = \frac{n}{1}$

III $\frac{A_1}{A_2} = \frac{n}{1}$

4

4103 a) $\text{Re}\,z = 4$ $\text{Im}\,z = 7$
b) $\text{Re}\,z = 0$ $\text{Im}\,z = 2$
c) $\text{Re}\,z = 1$ $\text{Im}\,z = -1$
d) $\text{Re}\,z = -2$ $\text{Im}\,z = 6$
e) $\text{Re}\,z = 5$ $\text{Im}\,z = 0$
f) $\text{Re}\,z = 2$ $\text{Im}\,z = -\sqrt{2}$

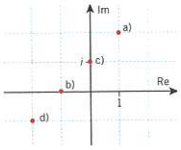
4104 Ja.
Motivering:
Vera har rätt eftersom de komplexa talen även innehåller de reella talen.

4105 a) $z = 2 + 3i$ c) $z = \pi$
b) $z = -1 + 4i$ d) $z = \sqrt{3}i$

4106 a) a är ett reellt tal $\mathbf{R}$, $b=0$
b) $a = 0$, b är ett reellt tal $\mathbf{R}$

4107 $z_1 = 3$ $z_3 = -2 + i$
$z_2 = 1 + 2i$ $z_4 = -i$

4108



4109 a) $z_1 = 12i$ $z_2 = -12i$
b) $z_1 = 4i$ $z_2 = -4i$
c) $z_1 = \sqrt{3}i$ $z_2 = -\sqrt{3}i$
d) $z = \pm 8$

4110 a) $z_1 = -2 + i$ $z_2 = -2 - i$
b) $z_1 = -3 + 4i$ $z_2 = -3 - 4i$
c) $z_1 = -2 + 4i$ $z_2 = -2 - 4i$
d) $z_1 = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$ $z_2 = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$

4111 $x_1 = 3 + \sqrt{2}i$ $x_2 = 3 - \sqrt{2}i$
Ledtråd:
Ekvationen kan skrivas $x^2 - 6x + 11 = 0$

4112 $(-1 + \sqrt{3}i)^2 + 2(-1 + \sqrt{3}i) + 4 =$
$= 1 - 3 - 2\sqrt{3}i - 2 + 2\sqrt{3}i + 4 = 0$

4113 *Förklaring:*
Ekvationen har lösningen $x = -2 \pm \sqrt{4 - a}$. Om $a > 4$ kommer talet under rottecknet att vara negativt och därmed kan vi inte få några reella rötter.

Historik: De komplexa talens historia

1 a) $x(12 - x) = 45$ ger
$x^2 - 12x + 45 = 0$
b) $x = 6 \pm 3i$

2 a) $x^2 - 20x + 125 = 0$
b) $x = 10 \pm 5i$

3 a) $5i/3$ c) $i^{3/2}$
b) i

4116 a) 3 c) $-4 - 2i$
b) $-1 + i$ d) $4 - 5i$

4117 a) $-2 + 2i$
b) $8 - 6i$
c) $-8 + 6i$
d) $-7 + 22i$

4118 a) $48 + 64i$
b) $-21 - 20i$
c) $-5 - 12i$
d) $5 + 12i$
e) 26
f) 5

4119 a) $z = -1 + i$
$\text{Re}\,z = -1$, $\text{Im}\,z = 1$
b) $z = -3$
$\text{Re}\,z = -3$, $\text{Im}\,z = 0$
c) $z = -1 - 7i$
$\text{Re}\,z = -1$, $\text{Im}\,z = -7$
d) $z = 5$
$\text{Re}\,z = 5$, $\text{Im}\,z = 0$

4120 a) $\bar{z} = 4 - i$, $|z| = \sqrt{17}$
Ledtråd:
Skillnaden mellan z och konjugatet $\bar{z}$ är att imaginärdelen har motsatt tecken. Absolutbeloppet beräknas $\sqrt{4^2 + 1^2}$
b) $\bar{z} = -3 - 2i$, $|z| = \sqrt{13}$
c) $\bar{z} = -1 + i$, $|z| = \sqrt{2}$
d) $\bar{z} = 2$, $|z| = 2$
e) $\bar{z} = i$, $|z| = 1$
f) $\bar{z} = \sqrt{2} - \sqrt{3}i$, $|z| = \sqrt{5}$