1308 $A + B + C = 180°$ (vinkelsumma)
$A + B + 90° = 180°$
$A + B = 90°$
$\sin(A + B) = \sin 90° = 1$

1309 a) *Ledtråd:*
Visa att cosinussatsen ger att $a^2 = b^2 + c^2$ om $A = 90°$.

b) *Ledtråd:*
Visa att om $a^2 = b^2 + c^2$ medför det att $2bc \cos A = 0$ och att $A = 90°$.

1310 a) Triangeltal: $n(n + 1)/2$
kvadrattal: n^2

b) Slutsats: Summan av två på varandra följande triangeltal är ett kvadrattal.

c) *Ledtråd:*
Förenkla t ex
$(n - 1)n/2 + n(n + 1)/2$

1311 *Lösning:*
n, m heltal ger produkten:
$2n \cdot 2(n + 1) = 2 \cdot 2 \cdot n(n + 1) =$
$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot m$
Den sista likheten motiveras av att antingen n eller $(n + 1)$ är ett jämnt tal.
$8m$ är delbart med 8. *V.S.B.*

1312 I sista steget dividerar vi med $a + b - c = 0$.
Division med noll är inte definierat.

1313 *Ledtråd:*
Dela upp i två fall:
n jämnt: $2k$ och
n udda: $2k + 1$.
Visa att detta leder till att uttrycket kan faktoriseras till $(2k - 1)2k(2k + 1)$ samt $2k(2k + 1)(2k + 2)$ och motivera varför dessa uttryck är delbara med 3.

1316 a) $\neg P$: n är udda.

b) $\neg P : x + y < 4$

c) $\neg P : x \neq 2$

d) $\neg P$: Inget barn är en flicka.

e) $\neg P$: Minst en ko kan inte flyga.

1317 Vi spelar inte fotboll $\Rightarrow$ Det är inte sommar.

1318 a) $\neg Q: x > 8 \Rightarrow \neg P: 0{,}5x + 2 > 6$

b) $x > 8 \Rightarrow 0{,}5x + 2 > 0{,}5 \cdot 8 +$
$+ 2 = 6$

1319 a) *"Om inget av två positiva reella tal är större än 10 medför det att produkten är mindre än eller lika med 100."*

eller

"Om två positiva reella tal båda är mindre än eller lika med tio medför det att produkten är mindre än eller lika med 100."

b) x och y är positiva reella tal.
$\neg Q$: $0 \leq x \leq 10$ och
$0 \leq y \leq 10$
$\neg P$: $xy \leq 100$

c) Vi visar att $\neg Q \Rightarrow \neg P$.
$0 \leq x \leq 10$ och $0 \leq y \leq 10$
$\Rightarrow xy \leq 100$

1320 *Lösning:*
P : $3n + 2$ udda
$\neg P$: $3n + 2$ jämnt
Q : n är udda
$\neg Q$: n är jämnt
Vi visar $P \Rightarrow Q$ genom att visa
$\neg Q \Rightarrow \neg P$
$n = 2k$ (k heltal)
$3n + 2 = 3(2k) + 2 = 2(3k + 1)$
$2(3k + 1)$ är ett jämnt tal.
V.S.B.

1321 a) *Lösning:*
Anta: Ingen påse har 4 godisbitar eller fler.
Totala antalet godisbitar är då maximalt $3 \cdot 7$ st vilket motsäger att det är 22 godisbitar.

b) *Ledtråd:*
Visa att om både a och b är negativa eller ingen av dem så ger det att $ab \geq 0$

1322 Antagande: P
Slutsats: Q
I ett direkt bevis visar man att $P \Rightarrow Q$ genom att utgå från P och visa att slutsatsen Q är sann.
I ett indirekt bevis visar man att $P \Rightarrow Q$ genom att istället visa att $\neg Q \Rightarrow \neg P$

1323 *Ledtråd:*
Anta att $x \geq 0$.
Visa att VL > 0 varför x inte kan vara en lösning.

1324 *Ledtråd:*
Anta att $a^2 \neq b^2 + c^2$ där a är hypotenusan. Visa att detta leder till att $2bc \cos A \neq 0$ och att $A \neq 90°$.

1325 *Ledtråd:*
Använd ett indirekt bevis.
Anta att a är ett jämnt tal $2n$.
Visa att $(2n)^2 - 2 \cdot 2n + 7$ är ett udda tal.

1326 a) *Förklaring:*
$2b^2$ är delbart med 2, då är a^2 det med.
Om a^2 är jämnt så är a det med, se 1314.

b) Om både a och b går att dela med 2 motsäger det att a/b är förkortat så långt det går.

1327 *Lösning:*
Anta att $a^2 - 4b = 2$.
Det ger $a^2 = 2(2b + 1)$,
dvs a^2 och a är jämna.
Sätt $a = 2c$ ger
$4c^2 - 4b = 2$
$2(c^2 - b) = 1$
VL är ett jämnt tal, HL är 1 vilket ger motsägelse.

Historik: Från Euklides till Gödel

1 a) En triangel

b) 270°.

1405 a) $x = 41°$ och $x = 139°$

b) $x = 41°$ och $x = -41°$

c) $x = 41° + n \cdot 360°$ eller
$x = 139° + n \cdot 360°$

d) $x = \pm 41° + n \cdot 360°$

1406 a) $x \approx 52{,}1° + n \cdot 360°$ eller
$x \approx 127{,}9° + n \cdot 360°$

b) $x \approx -20{,}0° + n \cdot 360°$ eller
$x \approx 200{,}0° + n \cdot 360°$

1407 a) $x \approx \pm 64{,}0° + n \cdot 360°$

b) $x \approx \pm 141{,}3° + n \cdot 360°$

1408 a) $x \approx \pm 69{,}5° + n \cdot 360°$

b) $x \approx 20{,}5° + n \cdot 360°$ eller
$x \approx 159{,}5° + n \cdot 360°$

c) $x \approx -12{,}7° + n \cdot 360°$ eller
$x \approx 192{,}7° + n \cdot 360°$
Ledtråd:
Skriv först om till ekvationen $\sin x = -0{,}22$

d) $x \approx \pm 129{,}8° + n \cdot 360°$

1409 a) $x \approx \pm 22{,}1° + n \cdot 120°$
Lösning:
$\cos 3x = 0{,}40$
$3x \approx \pm 66{,}42° + n \cdot 360°$
$x \approx \pm 22{,}1° + n \cdot 120°$

b) $x \approx -18{,}4° + n \cdot 180°$ eller
$x \approx 108{,}4° + n \cdot 180°$
Ledtråd:
$\sin 2x = -0{,}60$ ger
$2x \approx -36{,}87° + n \cdot 360°$ eller
$2x \approx 216{,}87° + n \cdot 360°$

1410 a) $x \approx \pm 318{,}8° + n \cdot 1080°$

b) $x = 540° + n \cdot 720°$
Kommentar:
Svaret kan även skrivas
$x = -180° + n \cdot 720°$

1411 I enhetscirkeln är radien = 1. Största möjliga sinusvärde är 1 och minsta är –1.

1412 Jonna glömmer att dela perioden 360° med 2. Jonna glömmer att även $2x = -60° + n \cdot 360°$ ger en lösning.

1413 0°, 360°, 720°

1414 a) $x \approx 95{,}4° + n \cdot 360°$
eller
$x \approx 186{,}6° + n \cdot 360°$
Ledtråd:
$x - 51{,}0° \approx 44{,}4° + n \cdot 360°$
eller
$x - 51{,}0° \approx$
$\approx 180° - 44{,}4° + n \cdot 360°$

b) $x \approx -5{,}4° + n \cdot 360°$
eller
$x \approx -96{,}6° + n \cdot 360°$
Ledtråd:
$x + 51{,}0° \approx 45{,}6° + n \cdot 360°$
eller
$x + 51{,}0° \approx$
$\approx -45{,}6° + n \cdot 360°$

c) $x \approx 9{,}9° + n \cdot 72°$
eller
$x \approx 54{,}6° + n \cdot 72°$
Ledtråd:
$5x - 71{,}3° \approx$
$\approx -21{,}72° + n \cdot 360°$
eller
$5x - 71{,}3° \approx$
$\approx 180° - (-21{,}72°) + n \cdot 360°$

d) $x \approx 17{,}9° + n \cdot 720°$
eller
$x \approx -151{,}1° + n \cdot 720°$

1415 a) $x = 323°$
Ledtråd:
Lös först ekvationen fullständigt. Pröva sedan för olika heltalsvärden på n vilka av lösningarna som ligger i intervallet.

b) $x = 224°$

1416 a) Saknar lösning i intervallet.

b) $x = -584°$ och $x = -496°$

1417 a) T ex $\sin x = 0{,}64$
Motivering:
$\sin 760° \approx 0{,}64$

b) T ex $\cos 2x = 0{,}5$

1418 Ja.
Motivering:
$\sin x = 0{,}5$ har två lösningar i intervallet
$\sin 4x = 0{,}5$ har åtta lösningar i intervallet.

1419 a) 559°, 611°, 739°, 791°

b) –76°, –19°, 14°, 71°.

c) 378°, 522°, 558°, 702°

1420 a) $x = 35° + n \cdot 180°$ eller
$x = 55° + n \cdot 180°$
Ledtråd:
$2x = 70° + n \cdot 360°$ eller
$2x = 110° + n \cdot 360°$

b) $x = 0° + n \cdot 180°$ eller
$x = 45° + n \cdot 90°$
Ledtråd:
$3x = x + n \cdot 360°$ eller
$3x = 180° - x + n \cdot 360°$

c) $x = -30° + n \cdot 360°$ eller
$x = 10° + n \cdot 120°$

1424 a) $x = 0° + n \cdot 360°$ eller
$x = 180° + n \cdot 360°$
vilket kan sammanfattas till
$x = n \cdot 180°$

b) $x = \pm 90° + n \cdot 360°$
vilket kan sammanfattas till
$x = 90° + n \cdot 180°$
Kommentar:
Pricka in lösningarna i enhetscirkeln så blir det enklare att se hur de kan sammanfattas.

c) $x = n \cdot 180°$ eller
$x = 90° + n \cdot 180°$
vilket kan sammanfattas till
$x = n \cdot 90°$
Ledtråd:
Lös ekvationen
$\sin x = 0$ och $\cos x = 0$.

1425 a) $x = n \cdot 180°$ eller
$x \approx 17{,}5° + n \cdot 360°$ eller
$x \approx 162{,}5° + n \cdot 360°$
Ledtråd:
$\sin x - 0{,}3 = 0$ ger
$\sin x = 0{,}3$

b) $x = 90° + n \cdot 180°$ eller
$x = \pm 60° + n \cdot 360°$

c) $x = 90° + n \cdot 180°$
Ledtråd:
$2\sin x - 5 = 0$ saknar lösning

1426 a) $x = n \cdot 180°$ eller
$x \approx 48{,}6° + n \cdot 360°$ eller
$x \approx 131{,}4° + n \cdot 360°$
Ledtråd:
Bryt ut $\sin x$

b) $x = 90° + n \cdot 180°$
Ledtråd:
Skriv om till
$\cos^2 x - 5\cos x = 0$
och bryt ut $\cos x$

1427 *Lösning:*
Formeln för dubbla vinkeln ger VL = $\sin 2x$.
$\sin 2x$ har största värde 1 varför ekvationen saknar lösningar.