

En metod som ibland kan fungera för att lösa polynomekvationer av högre grad är att gissa en rot. Detta förutsätter förstås att det finns en relativt "enkel" rot till ekvationen.

4443

Lös ekvationen $x^3 + 3x^2 - 9x + 5 = 0$.

Vi hoppas att en rot är ett heltal. Prövning ger att $x = 1$ är rot till ekvationen:

$$p(1) = 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 9 \cdot 1 + 5 = 0$$

Enligt faktorsatsen är polynomet delbart med $x - 1$.

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 9x + 5}{x - 1} = x^2 + 4x - 5$$

Ekvationen kan skrivas $(x - 1)(x^2 + 4x - 5) = 0$

Ekvationens lösning är

$$x_1 = 1 \text{ och } x^2 + 4x - 5 = 0 \text{ som ger } x_2 = 1 \text{ och } x_3 = -5$$

Svar: $x = 1$ (dubbelrot) och $x = -5$

4444 Hur många rötter har $z^{30} + 3iz + 7 = 0$?

a

4445 Ekvationen $x^3 + 6x^2 + 3x - 10 = 0$ har en rot $x = 1$. Lös ekvationen.

4446 Ekvationen $x^3 + 5x^2 + x + 5 = 0$ har en rot $x = -5$. Lös ekvationen.

4447 För polynomet $p(x)$ med reella koefficienter gäller att $p(2 + 5i) = 0$. Bestäm $p(2 - 5i)$.

4448 Lös ekvationen $z^3 - 4z^2 + 5z = 0$

4449 a) Hur många rötter har ekvationen $(x^2 + 9)(x^2 - 2x + 1) = 0$?

b) Lös ekvationen i a).

4450 Ett femtegradspolynom med reella koefficienter har nollställena 4, $6i$ och $4 - i$. Vilka ytterligare nollställena har polynomet?

4451 Ekvationen $x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$ har en rot $x = -2$. Bestäm alla rötterna till ekvationen.

b

4452 Ekvationen $z^4 - z^3 - 5z^2 - z - 6 = 0$ har en rot $z = i$. Verifiera detta och bestäm därefter samtliga rötter till ekvationen.

4453 Bestäm det värde på konstanten a för vilket ekvationen

$$x^3 + 2x^2 + ax + 6 = 0$$

får $x = -1$ som en rot. Lös därefter ekvationen fullständigt för detta värde på a .

4454 Polynomet $p(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 3x - 3$ har minst ett heltalsnollställe. Bestäm $p(x)$ samtliga nollställena.

4455 Lös ekvationen $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ genom att först gissa en rot.

4456 Ekvationen $z^4 - 2z^3 + z^2 + 2z - 2 = 0$

c

har en rot $z = 1 + i$. Bestäm ekvationens övriga rötter.

4457 Ekvationen $z^4 + 6z^3 + 13z^2 + 18z + 30 = 0$ har en rot som är rent imaginär (dvs realdelen är 0). Lös ekvationen.