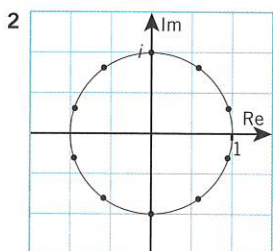


- 4436 a) Om ett polynom är delbart med polynomet  $x^2 - 4$  så måste de ha samma nollställen  $x = \pm 2$ .  
 b)  $g(x) = x^4 - 3x^2 - 4$   
 $h(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$
- 4437 a)  $f(3) = 0$   
 b)  $p(-1) = 0$   
 c)  $h(2i) = 0$   $h(-2i) = 0$   
 d)  $g(-5) = 2632$   $g(2) = 0$   $g(3) = 0$   
*Kommentar:*  
 $g(x)$  är delbart med  $x - 2$  och  $x - 3$
- 4438 a)  $k = -4$   
 b)  $k = 1,5$   
*Lösning:*  
 $(-3)^3 + k \cdot (-3)^2 - k \cdot (-3) + 9 = 0$   
 $12k = 18$   
 $k = 1,5$   
 c)  $k = 2$  eller  $k = -1$   
 d)  $k = 3$  eller  $k = 4$
- 4439 a)  $a = \pm 2$  b) Alla  $a$ .
- 4440  $x^3 - 4x - 11$

### Historik: Carl Friedrich Gauss

1 Ekvationen har fem rötter.



- 3 Vi har ett polynom  $f(x)$  med högsta grad  $n$ .  
 Enl algebrans fundamentalsats finns det minst en rot  $x_1$  till  $f(x) = 0$   
 Enl faktorsatsen är  $(x - x_1)$  en faktor till  $f(x)$  så  
 $f(x) = (x - x_1)g(x)$   
 där  $g(x)$  är ett polynom med högsta grad  $n - 1$ .  
 Resonemanget upprepas  $n$  gånger och vi har visat att det finns exakt  $n$  rötter till  $f(x)$ .

4444 Ekvationen har 30 rötter.

4445  $x_1 = 1$   $x_2 = -2$   $x_3 = -5$

*Ledtråd:*

Dividera polynomet med  $(x - 1)$ .

4446  $x_1 = -5$   $x_2 = -i$   $x_3 = i$

*Ledtråd:*

Dividera polynomet med  $(x + 5)$ .

4447  $p(2 - 5i) = 0$

*Ledtråd:*

För polynom med reella koefficienter är icke-reella rötter konjugerade par.

4448  $z_1 = 0$   $z_2 = 2 + i$   $z_3 = 2 - i$

*Ledtråd:*

$z(z^2 - 4z + 5) = 0$

4449 a) 4 rötter

*Motivering:*

Ekvationen är av fjärde graden.

b)  $x_1 = 3i$

$x_2 = -3i$

$x_3 = x_4 = 1$

4450  $-6i$  och  $4 + i$

*Ledtråd:*

För polynom med reella koefficienter är icke-reella rötter konjugerade par.

4451  $x_1 = -2$ ,  $x_{2,3} = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{3}i)$

4452  $z_{1,2} = \pm i$ ,  $z_3 = 3$ ,  $z_4 = -2$

4453  $a = 7$  ger lösningarna  $x_1 = -1$ ,

$x_{2,3} = -\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{23}i)$

4454  $x_{1,2} = \pm 1$ ,  $x_{2,3} = \frac{1}{2}(3 \pm \sqrt{3}i)$

4455  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -2$ ,  $x_3 = 3$

4456  $z_{1,2} = 1 \pm i$ ,  $z_{3,4} = \pm 1$

4457  $z_{1,2} \pm \sqrt{3}i$ ,  $z_{3,4} = -3 \pm i$

4458 *Lösning:*

$(-3) \cdot 2 \cdot 4 = -24 =$

= konstanttermen med ombytt tecken.

$(-3) + 2 + 4 = 3 =$

= koefficienten framför  $x^2$  med ombytt tecken.

4459 *Lösning:*

Bryt först ut 4 så att vi får en 1:a framför tredjegradstermen:

$4\left(x^3 - \frac{1}{4}x^2 - 3x + \frac{3}{4}\right) = 0$

$\sqrt{3} \cdot (-\sqrt{3}) \cdot \frac{1}{4} = -\frac{3}{4} =$

= konstanttermen med ombytt tecken.

$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} =$

koefficienten framför  $x^2$  med ombytt tecken.

4460 Antag att ekvationen

$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots$

$+ a_1x + a_0 = 0$

har rötterna  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ .

Då gäller

$a_{n-1} = -(p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n)$

$a_0(-1)^n = (p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_n)$

4461  $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$

*Ledtråd:*

Anta att rötterna till den givna ekvationen är  $p_1, p_2, p_3$ .

Då är rötterna till den sökta ekvationen  $p_1^2, p_2^2, p_3^2$ .

Använd sedan de tre sambanden mellan rötter och koefficienter på sidan.

4502  $U = \text{Re}\{15e^{i50\pi t}\}$

4503 a) 50 Hz

b) Med 230 V menar man att en likströmskrets med spänningen 230 V ger samma effekt som växelspanning med amplitud 325 V.

4504  $I = 10 \cos(10\pi t)$

$I = U/R = \text{Re}\{30e^{i10\pi t/3}\} =$   
 $= \text{Re}\{10e^{i10\pi t}\} = 10\cos(10\pi t)$

4505  $I = 1,9 \cos(20\pi t + \pi/2)$

