3423 $a \approx 3{,}6$
Ledtråd:
Summan av arean under kurvan från $x = 0$ till $x = a$ ska bli 3.

3424 Med mittpunktsrektanglar och/eller en indelning med fler rektanglar.
Motivering:
Kurvan växer varför mittpunktsrektanglar ger en bättre approximation än översumman i figuren. Fler rektanglar ger en area som närmar sig den sökta arean.

3425 Ca 10,0 a.e.
Ledtråd:
Bestäm integrationsgränser och integralen med hjälp av räknaren.

3426 $k \approx 1{,}84$
Ledtråd:
Pröva dig fram.

3427 Ca 1,69 a.e.
Ledtråd:
Bestäm grafiskt x-koordinaten för kurvornas skärning, a.
Arean ges av

$$\int_0^a 3 - 2x\,dx - \int_0^a \sin(x^2)\,dx$$

3428 $\int_0^{1/2} \tan \pi x\,dx$ saknar värde.
Motivering:
Integralens värde motsvaras av en area som inte är begränsad eftersom kurvan $y = \tan \pi x$ växer obegränsat när x närmar sig 1/2.

3431 a) $\int_{-2}^{2} (x^2 + 2 - 0{,}5x)\,dx$

b) $13\frac{1}{3}$ a.e.

3432 a) $1\frac{5}{6}$ a.e.
Ledtråd:

$$y = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$$

Beräkna $\int_1^2 (x^2 - x^{-2})\,dx$

b) $5\frac{1}{3}$ a.e.
Ledtråd:
Överfunktion $y = 0$ ger

$$= \int_{-1}^{1} 0 - (x^2 - 3)\,dx =$$

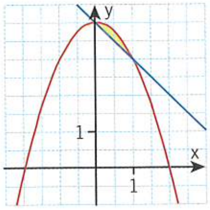
$$= \int_{-1}^{1} (-x^2 + 3)\,dx$$

3433 $A = 2$ a.e. $\quad B = 6$ a.e.

3434 A och B har samma värde eftersom $(4 - x^2) - (2 - x)$ kan förenklas till $(2 + x - x^2)$

3435 $A = 0{,}5 \quad B = 1{,}5 \quad C = 2$

3436



a) För $x = 0$ och $x = 1$.

b) $\int_0^1 (4 - x^2 - (4 - x))\,dx =$

$$= \int_0^1 (x - x^2)\,dx$$

c) $\frac{1}{6}$ a.e.

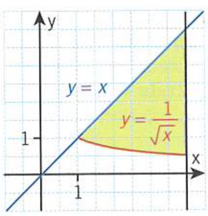
3437 4/3 a.e.

3438 $(1 - \pi/4)$ a.e.
Ledtråd:
Beräkna arean under $y = \cos x$ och subtrahera triangelns area.

3439 a) $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$ och $\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$

b) $\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$ a.e.

3440



Arean är 5,5 a.e.

3441 $3\frac{2}{3}$ a.e.
Ledtråd:
Arean kan bestämmas med två integraler

$$\int_0^1 (4x - 0{,}5x)\,dx +$$

$$+ \int_1^2 (5 - x^2 - 0{,}5x)\,dx$$

3442 1,5 a.e.

3443 $a \approx 1{,}70$
Lösning:

$\int_0^a 2^{-x}\,dx = 1$ ger

$$\left[-\frac{2^{-x}}{\ln 2}\right]_0^a = 1$$

$$-\frac{2^{-a}}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 2} = 1$$

$$2^{-a} - 1 = -\ln 2$$

$$a = -\frac{\ln(1 - \ln 2)}{\ln 2} \approx 1{,}70$$

3444 a) Det färgade området är hälften av en rektangel med arean π, dvs $\frac{\pi}{2}$.

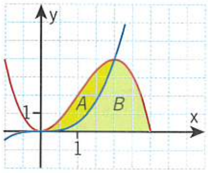
b) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 - \sin^2 x)\,dx =$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2 x\,dx =$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)\,dx =$$

$$= \left[\frac{1}{2}\left(x + \frac{\sin 2x}{2}\right)\right]_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{\pi}{2}$$

3445 $\frac{8}{19}$



Lösning:
Integrationsgränserna får du genom att beräkna skärningen mellan kurvorna.

$3x^2 - x^3 = 0{,}5x^3$

$3x^2 - 1{,}5x^3 = 0$

$1{,}5x^2(2 - x) = 0$

$x_1 = 0,\ x_2 = 2$

Kurvan $y = 3x^2 - x^3$ skär x-axeln i (0, 0) och (3, 0).
Låt de båda områdenas areor vara A och B.

$$A = \int_0^2 (3x^2 - x^3 - 0{,}5x^3)\,dx =$$

$$= \int_0^2 (3x^2 - 1{,}5x^3)\,dx =$$

$$= \left[x^3 - \frac{1{,}5x^4}{4}\right]_0^2 = 8 - 6 = 2$$

$$A + B = \int_0^3 (3x^2 - x^3)\,dx =$$

$$= \left[x^3 - \frac{x^4}{4}\right]_0^3 = 27 - \frac{81}{4} =$$

$$= \frac{27}{4}$$

$$B = \frac{27}{4} - 2 = \frac{19}{4}$$

Förhållandet $\frac{A}{B} = \frac{2}{\frac{19}{4}} = \frac{8}{19}$

3446 $b = \frac{3\sqrt[3]{3}}{4} \approx 1{,}08$

Ledtråd:
Lös ekvationen

$$\int_{-\sqrt{b}}^{\sqrt{b}} (b - x^2) - (x^2 - b)\,dx = 3$$

3448 a) 0

b) $A = B = \frac{5}{4}$

c) *Tolkning:*
Integralen är noll eftersom arean över x-axeln är lika stor som arean under x-axeln.

3449 a) $a = \frac{2\pi}{3}$ b) $a = \frac{\pi}{3}$

3450 a) Visa att VL = HL = 24

b) Visa att VL = HL = $\pi/2 - 1$

3451 a) Positiv
Motivering:
Arean ovanför x-axeln är större än arean under x-axeln

b) Negativ
Motivering:
Arean ovanför x-axeln är mindre än arean under x-axeln

c) Positiv
Motivering:
Arean ovanför x-axeln är mindre än arean under x-axeln

3452 a) 24 b) 100 c) 68

3453 a) $2 + \frac{\pi}{8}$ c) 1

b) $2 + \frac{\pi}{8}$ d) 0

3454 a) –2

Ledtråd:

$$\int_1^2 f(x)\,dx =$$

$$= \int_0^2 f(x)\,dx - \int_0^1 f(x)\,dx$$

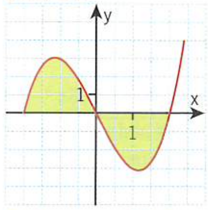
b) 12

3455 a) Nej.
Motivering:
Linjen $y = 4x - 6$ skär x-axeln vid $x = 1{,}5$. Minsta möjliga värde ges av

$$\int_1^{1,5} (4x - 6)\,dx = -\frac{1}{2}$$

b) Ja. $\left(a = \frac{3 + \sqrt{7}}{2}\right)$

3456 8 a.e.
Ledtråd:



Båda areorna är 4 a.e.

3457 $\frac{2^n}{n + 1}$

3458 T ex $2 \cdot 4 + \int_2^3 -(x^3 - 3x^2)\,dx$

eller $\int_0^2 ((x^3 - 3x^2) - (-4))\,dx +$

$+ \int_0^3 -(x^3 - 3x^2)\,dx$

3459 $g(4) = -1{,}5$
Lösning:

$$\int_{-2}^4 g'(x)\,dx = [g(x)]_{-2}^4 =$$

$= g(4) - g(-2)$

Ur figuren får vi

$$\int_{-2}^4 g'(x)\,dx = -4{,}5$$

$g(4) - g(-2) = -4{,}5$
$g(4) = -4{,}5 + 3 = -1{,}5$

3460 Minsta värde är –2
Lösning:
$f(x) = x^3 - 3x \quad (x > 0)$
$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0$ för $x = 1$
$f''(1) = 6 \cdot 1 > 0$ minpunkt
$f(1) = -2$