

Del I

Denna del består av 11 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Beräkna $\int_0^3 (4 - x^2) dx$ (2/0)

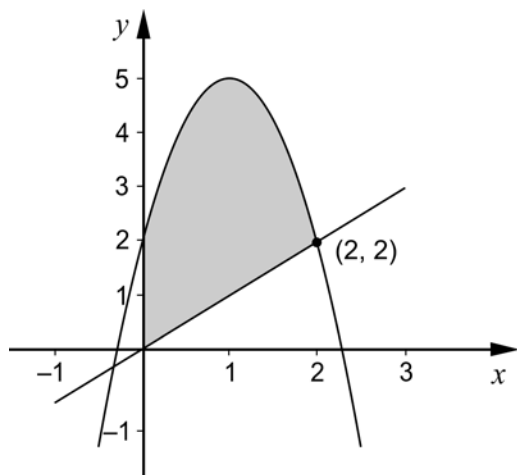
2. Derivera

a) $f(x) = \sin 3x$ Endast svar fordras (1/0)

b) $g(x) = (1 + 2x)^{11}$ Endast svar fordras (1/0)

c) $h(x) = x^2 \cdot e^{3x}$ Endast svar fordras (0/1)

3. Figuren visar ett område som begränsas av y -axeln, kurvan $y = 6x - 3x^2 + 2$ och linjen $y = x$. Beräkna områdets area. (2/0)

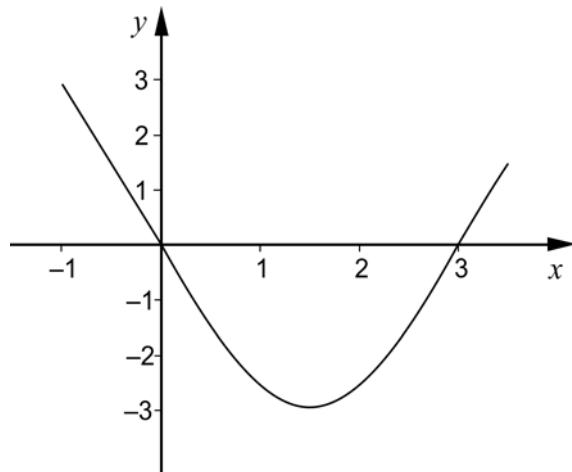


4. Bestäm den primitiva funktion $F(x)$ till $f(x) = \frac{2}{x} + 3$ som uppfyller villkoret $F(1) = 5$ (2/0)

5. Lös ekvationen $\cos 2x = 0,9$ om $\cos 26^\circ = 0,9$

(2/1)

6. Figuren visar grafen till funktionen f .



Ordna talen A , B och C i storleksordning. Börja med det *minsta*.

$$A = \int_{-1}^3 f(x) dx \quad B = \int_0^3 f(x) dx \quad C = \int_{-1}^0 f(x) dx \quad \text{Endast svar fordras} \quad (1/0)$$

7. För funktionen f gäller att $f(2) = 3$ och $f'(x) = 0,5$ för alla x .

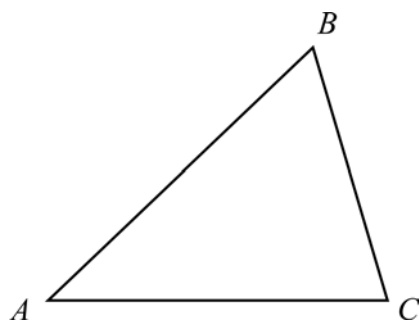
Beräkna $\int_2^6 f(x) dx$. (0/2)

8. Visa att $\frac{\sin 2v + \sin v}{2 \cos v + 1} = \sin v$

för alla v där uttrycken i båda led är definierade.

(0/1/□)

9. I den spetsvinkliga triangeln ABC är $\sin A = 0,6$



- a) Bestäm värdet av $\sin(B + C)$ (0/1)
- b) Bestäm värdet av $\cos(B + C)$ (0/2/∞)

10. Timo och Peder har fått i uppgift att lösa följande problem utan räknare:

$F(x) = (x + 2)(x - 2)^3$ är en primitiv funktion till $f(x) = 4(x + 1)(x - 2)^2$

Beräkna $\int_{-2}^3 (x + 1)(x - 2)^2 dx$

Timo säger att han först tänker utveckla $(x + 1)(x - 2)^2$ och sedan beräkna integralen. Peder påstår att det finns ett snabbare sätt att lösa uppgiften.

- a) Beskriv en metod som Peder kan ha tänkt använda. (0/1/∞)
- b) Lös uppgiften med valfri metod. (0/1)

Vid bedömningen av ditt arbete med denna uppgift kommer läraren att ta hänsyn till:

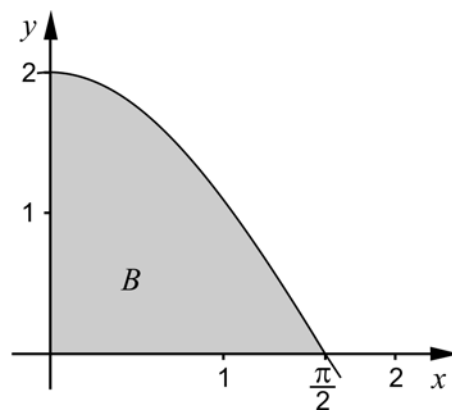
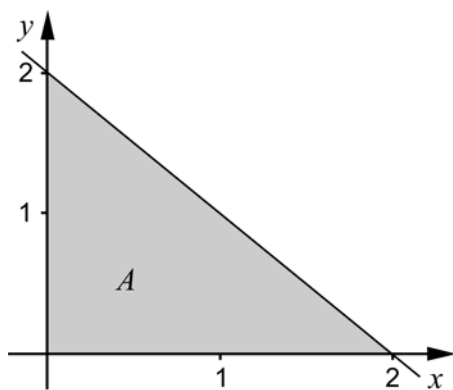
- Hur väl du utför dina beräkningar
- Hur långt mot en generell lösning du kommer
- Hur väl du motiverar dina slutsatser
- Hur väl du redovisar ditt arbete
- Hur väl du använder det matematiska språket

11. I den här uppgiften ska du jämföra storleken av areorna av två områden A och B .

Område A begränsas av positiva y -axeln, positiva x -axeln och linjen $y = 2 - kx$

Område B begränsas av positiva y -axeln, positiva x -axeln och kurvan $y = 2 \cos kx$

Nedan visas areorna som bildas när $k = 1$



- Beräkna arean av de skuggade områdena A och B när $k = 1$, det vill säga då $y = 2 - x$ och $y = 2 \cos x$
- Skriv av nedanstående tabell och beräkna de värden som saknas.

k	Arean av A	Arean av B
1		
2		
3		

- Jämför areorna av områdena A och B för samma värde på k . Formulera en slutsats av din jämförelse.
- Visa att din slutsats gäller för alla $k > 0$

(2/4/□)

Del II

Denna del består av 7 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

12. Lombard Street i San Fransisco är berömd för att den ligger på en sluttning som är så brant att vägen anlagts i sicksack.

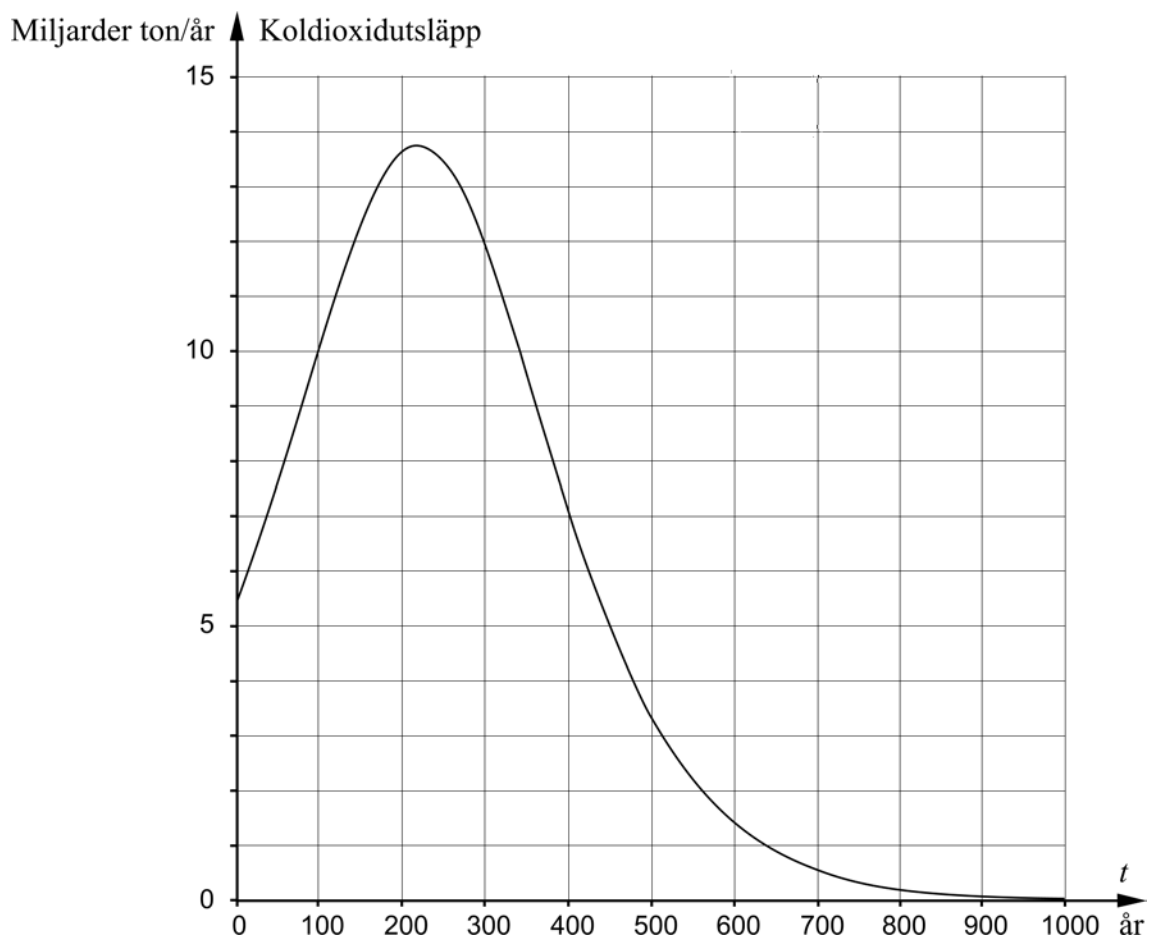


Den brantaste delen av sluttningen är 400 meter lång och på den sträckan är höjdskillnaden 182 meter.

Hur många grader lutar sluttningen mot horisontalplanet?

(2/0)

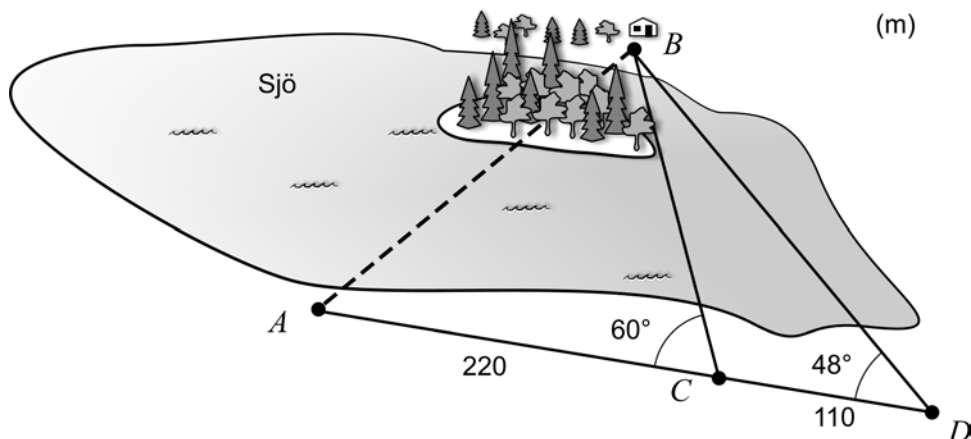
13. En prognos för de årliga koldioxidutsläppen i världen för de kommande tusen åren beskrivs med hjälp av grafen nedan. Tiden $t = 0$ motsvarar år 2000.



Uppskatta med hjälp av grafen hur mycket koldioxid som kommer att släppas ut mellan åren 2100 och 2400.

(2/0)

14. Avståndet mellan de två punkterna A och B på var sin sida om en sjö ska bestämmas, se figur.

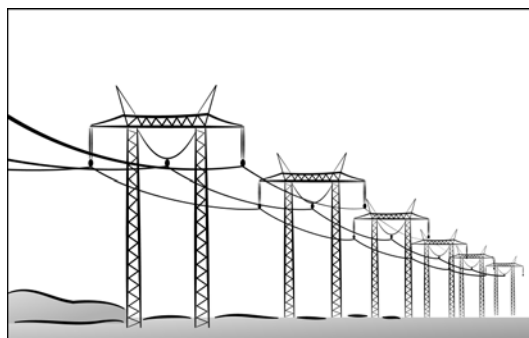


En lantmätare som befinner sig i A kan inte se B som skymms av en trädbevuxen holme i sjön. Från de två punkterna C och D , som tillsammans med A ligger längs en rät linje, kan hon se B . Hon mäter upp vinkeln ACB till 60° och vinkeln ADB till 48° samt sträckan AC till 220 m och sträckan CD till 110 m.

Beräkna avståndet AB .

(2/1)

15. Luftledningar tål större strömbelastning då det blåser.



För en viss luftledning ges den tillåtna strömbelastningen av funktionen

$$S(x) = 342 \cdot (1 + 4x)^{0,25}$$

där x är vindstyrkan i m/s och $S(x)$ är den tillåtna strömbelastningen i ampere, A.

- a) Bestäm den tillåtna strömbelastningen när det är vindstilla. (1/0)
- b) Vid vilken vindstyrka ökar den tillåtna strömbelastningen med en hastighet av 50 A/(m/s) ? (0/2)

16. Bestäm en funktion på formen $y = A \sin kx + B$ som uppfyller villkoren nedan:

- $A > 0$
- värdemängden är $-4 \leq y \leq 2$
- de lokala maximipunkterna har x -koordinaterna $x = \frac{\pi}{8} + n \cdot \frac{\pi}{2}$ för alla heltal n (1/1)

17.



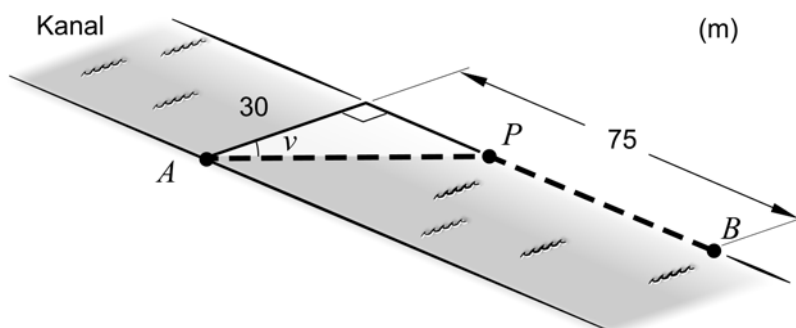
Armand arbetar som silversmed och hans specialitet är smycken i form av olika geometriska figurer. Han har bestämt sig för att göra ett smycke i form av en triangel. Till sitt förfogande har han en 9,0 cm lång silvertråd som han kan böja och klippa.

Armand betecknar triangeln ABC och bestämmer sig för att vinkeln A ska vara 30° , sidan AB 4,2 cm och sidan BC 3,2 cm.

Utred på vilket eller vilka sätt smycket kan utformas.

(1/2/□)

18. Punkterna A och B ligger på var sin sida av en 30 m bred kanal, se figur.



En kabel ska dras från punkt A till punkt B . Kabeln ska först gå genom vattnet till en punkt P och därefter på land längs kanalens kant till punkt B .

Kostnaden för kabeldragningen är 2500 kr/m i vattnet och 1500 kr/m på land.

Bestäm vinkeln v så att kostnaden för kabeldragningen blir så liten som möjligt. (0/3/□)