

2318 $y' = -\sin x$

Ledtråd:

Ställ upp differenskvoten och använd additionssatsen för cosinus.

2319 $\cos x$

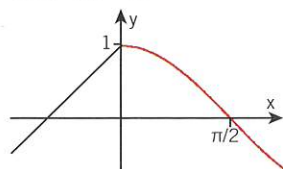
Kommentar:

Denna differenskvot är symmetrisk runt punkten $(x, \sin x)$ och ger samma resultat som

$$\frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h}$$

2320 a) Ja, $a = 1$

b) Nej, $f'(x) = 1$ för $x < 0$ och $f'(0) = 0$.



2322 a) Yttre funktion: $y = \sin u$

Inre funktion: $u = 2x$

$y' = \cos 2x \cdot 2 = 2 \cos 2x$

b) Yttre funktion: $y = 2 \cos u$

Inre funktion: $u = 0,5x - 1$

$y' = -2 \sin(0,5x - 1) \cdot 0,5 = -\sin(0,5x - 1)$

c) Yttre funktion: $y = u^5$

Inre funktion: $u = x^3 + 4$

$y' = 5(x^3 + 4)^4 \cdot 3x^2 = 15x^2 \cdot (x^3 + 4)^4$

d) Yttre funktion: $y = u^2$

Inre funktion: $u = \cos x$

$y' = 2 \cos x \cdot (-\sin x) = -2 \cos x \cdot \sin x$

2323 a) $y' = 9 \cos 9x$

b) $y' = -0,3 \sin 0,3x$

2324 a) $y' = 5 \cos \frac{x}{3}$

Ledtråd:

Inre derivata är $\frac{1}{3}$

b) $y' = -6\pi \sin 2\pi x$

2325 a) $y' = 10 \cos(5x + 1)$

b) $y' = -2\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}x - 3\right)$

2326 a) $y' = 2 \sin x \cdot \cos x$

b) $y' = -3 \cos^2 x \cdot \sin x$

2327 $k = 2$

2328 $y = \cos kx$ ger $y' = -k \sin kx$

2329 A (produkt av funktioner)
D (kvot av funktioner)

2330 a) $y' = -4 \sin x (1 + \cos x)^3$

b) $y' = 3x^2 \cos(1 + x^3)$

2331 a) $y' = 8 \cos(2x - 1) \cdot \sin^3(2x - 1)$

Ledtråd:

$y = (\sin(2x - 1))^4$

Inre derivatan är

$2 \cos(2x - 1)$.

b) $y' = -\cos(\cos x) \cdot \sin x$

2332 a) $y' = n(1 + \sin ax)^{n-1} \cdot a \cos ax = na \cos ax (1 + \sin ax)^{n-1}$

b) $y' = Ab \cos(bx + c)$

2333 $y = -2x + \frac{3\pi}{2} - 3$

Ledtråd:

$k = -2$

$x = \frac{3\pi}{4}$ ger $y = -3$

2334 a) T ex $F(x) = -0,5 \cos 2x$

b) T ex $F(x) = 2 \sin 0,5x$

2335 $\frac{dy}{dx} = \frac{\pi}{180} \cos x \approx 0,01745 \cos x$

Tolkning:

Med vinkelenheten grader har $\sin x$ derivatan

$\frac{\pi}{180} \cos x \approx 0,01745 \cos x$

2336 $F'(\pi) = 0$

Ledtråd:

$F'(\pi) = f'(g(\pi)) \cdot g'(\pi) =$

$= f'(\cos \pi) \cdot (-\sin \pi) =$

$= f'(-1) \cdot (-\sin \pi)$

2337 Ledtråd:

$y' = 2k \sin kx \cdot \cos kx = k \sin 2kx$

2402 a) 0,70 A

b) 0,02 s

Ledtråd:

Period, $T = \frac{2\pi}{100\pi}$

2403 a) Högsta = 120 mmHg

Lägsta = 80 mmHg

b) Amplitud = 20

Period = 1,2 s ($2\pi/5,2$)

c) $y(3) \approx 102$,

$y'(3) \approx -103$

Tolkning:

Vid tiden 3 s är blodtrycket 102 mmHg och minskar med hastigheten 103 mmHg/s.

Kommentar:

Blodtrycket varierar med hjärtas slag varför förändringshastigheten blir hög.

2404 Vi vill ofta bestämma förändringshastigheter och radianer ger en enklare derivata.

2405 T ex $y = 4 \sin x + 1$

2406 a) 0,3 °C (0,25)

b) Lägst: kl 06.00 (-4 °C)

Högst: kl 18.00 (13 °C)

c) $y'(16) \approx 1,1$

Ledtråd:

$y' = -8,5 \cos\left(\frac{\pi t}{12}\right) \cdot \frac{\pi}{12} =$

$= -\frac{17\pi}{24} \cos\left(\frac{\pi t}{12}\right)$

d) Kl 16.00 stiger temperaturen med hastigheten 1,1 °C/h.

2407 1,142

Motivering:

$y' = 1,142 \sin 0,571x$

har största värdet 1,142

eftersom $\sin 0,571x \leq 1$

2408 Sant.

Motivering:

Perioden $\frac{2\pi}{k}$ är mindre än 2 om $k > \pi$.

2409 a) $y = 20 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 40$

Ledtråd:

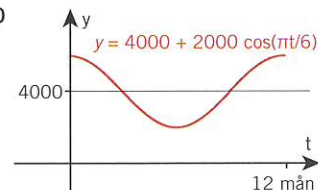
Amplituden = 20,

Perioden = 4 år,

Mittlinjen $y = 40$.

b) 20 st

2410



2411 a) 6 s

Ledtråd:

Bestäm perioden.

$$b) v'(t) = \frac{0,85 \cdot \pi}{3} \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$$

Tolkning:

Derivatan ger hur snabbt luftströmmens hastighet förändras.

$$c) \frac{0,85 \cdot \pi}{3} \approx 0,89 \text{ liter/s}^2$$

d) Amplituden 0,85 ökar och perioden minskar, dvs $k = \frac{\pi}{3}$ ökar.

2412 $x = 0$ och $x \approx 0,88$

Ledtråd:

Lös ekvationen grafiskt.

2413 -1

Ledtråd:

$$y' = \cos x \cdot e^{\sin x}$$

2414 $y'(x) = 0$

Förklaring:

$y(x)$ kan förenklas till 1 med hjälp av trigonometriska ettan.

2415 a) 18,5 h

b) 6 h

c) Dygn 80 och dygn 267, dvs 21 mars och 24 september.

Ledtråd:

$y = 12$ ger efter omskrivning ekvationen

$$\sin \frac{2\pi(x-82)}{365} = -0,04$$

$$d) y' = \frac{5\pi}{146} \cos \frac{2\pi(x-82)}{365}$$

Tolkning:

$y'(x)$ beskriver hastigheten som dagens längd ändras med.

2416 a) 366 dygn

b) $y'_{\max} \approx 0,095$ för $x \approx 81$, dvs 21 mars ökar dagens längd med 0,095 h/dygn.

Ledtråd:

$$y' \text{ är störst då } \cos(0,017165x - 1,394) = 1$$

2417 a) $y \geq 6,0$ för $0 \leq t \leq 4$ och $12 \leq t \leq 16$.

b) Kl 11 och kl 23 stiger vattnet med hastigheten 1,0 m/h ($\pi/3$).

Kl 05 och kl 17 sjunker vattnet med hastigheten 1,0 m/h ($\pi/3$).

Ledtråd:

$$y' = -\frac{\pi}{6} \cdot 2,0 \cdot \sin \frac{\pi}{6}(t-2)$$

2418 0,36 A

Ledtråd:

$$t \approx 0,00166 \text{ s}$$

2419 Skärningspunkternas koordinater ges exakt av $(n \cdot \pi, n \cdot \pi)$ där

$n = 0, -1, 1, -2, 2, \dots$

Ledtråd:

Vi söker de x -värden då $\sin x = 0$ (se enhetscirkeln), $y = x$ ger y -koordinaten.

2420 π rad

Motivering:

y kan skrivas om till

$$y = 2,5 \sin 2x.$$

2421 a) $y = 9 \sin(0,524x - 2,0) + 8$

Ledtråd:

$$y = 9 \sin\left(\frac{\pi}{6}(x-3,8)\right) + 8$$

b) $y(8) \approx 15$

Vid månadsskiftet aug/sept är dygnsmedeltemperaturen 15 °C.

c) $y'(8) \approx -2,7$

Vid månadsskiftet aug/sept sjunker dygnsmedeltemperaturen med 2,7 °C/månad.

2422 T ex $y = \sin 3x$

Tema: Radiovågor

1 a) $99,7 \cdot 10^6$ st

b) $1,00 \cdot 10^{-8}$ s

c) $3,3 \cdot 10^{-3}$ s

Ledtråd:

Radiovågens hastighet är $3 \cdot 10^8$ m/s.

2 Mellan $5 \cdot 10^{-5}$ s och 0,05 s.

3 $1 \cdot 10^9$ Hz = 1 GHz

4 3 m

$$5 y = 5 \sin(2\pi \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot t)$$

6 a) Största värde $\approx 5,57$

Minsta värde $\approx -5,57$

b) Största värde = 3

Minsta värde = -3

7 Ja, om $a = 6$

8 När $a \leq 6$ har alla lokala max $y = 2$ och alla lokala min $y = -2$.

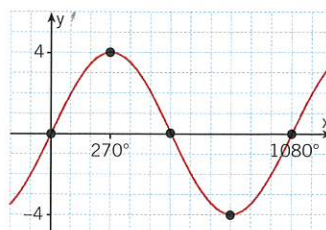
När $a > 6$ är största värde 2 och minsta värde -2, vi har dock lokala max med mindre värde än 2 och lokala min med högre värde än -2.

Diagnos 2

1 Period = 400°, amplitud = 15

2 a) Period = 1 080°, amplitud = 4

b)



c) $90^\circ < x < 450^\circ$

3 Sant.

Motivering:

De har båda 2 skärningspunkter med $y = 1$ i intervallet.

4 $A = 200$, $b = 1,5$, $c = 40^\circ$, $d = 100$

Lösning:

Amplituden är 200.

$$\text{Perioden är } \frac{360^\circ}{b} = 240^\circ.$$

Grafen är förskjutet 40° åt vänster.

d är "mittlinjen", 100.

5 $a = 2$

Ledtråd:

$$\tan ax = 1 \text{ ger}$$

$$ax = 45^\circ + n \cdot 180^\circ$$

6 a) $\frac{7\pi}{6} \approx 3,67$

b) 229°