4436 a) Om ett polynom är delbart med polynomet $x^2 - 4$ så måste de ha samma nollställen $x = \pm 2$.

b) $g(x) = x^4 - 3x^2 - 4$
$h(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

4437 a) $f(3) = 0$

b) $p(-1) = 0$

c) $h(2i) = 0 \quad h(-2i) = 0$

d) $g(-5) = 2632 \quad g(2) = 0 \quad g(3) = 0$
Kommentar:
$g(x)$ är delbart med $x - 2$ och $x - 3$

4438 a) $k = -4$

b) $k = 1{,}5$
Lösning:
$(-3)^3 + k \cdot (-3)^2 - k \cdot (-3) + 9 = 0$
$12k = 18$
$k = 1{,}5$

c) $k = 2$ eller $k = -1$

d) $k = 3$ eller $k = 4$

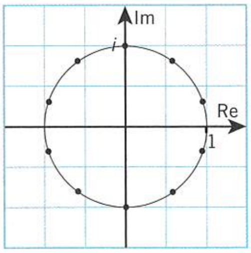
4439 a) $a = \pm 2$ b) Alla a.

4440 $x^3 - 4x - 11$

Historik: Carl Friedrich Gauss

1 Ekvationen har fem rötter.

2



3 Vi har ett polynom $f(x)$ med högsta grad n.
Enl algebrans fundamentalsats finns det minst en rot x_1 till $f(x) = 0$
Enl faktorsatsen är $(x - x_1)$ en faktor till $f(x)$ så
$f(x) = (x - x_1)g(x)$
där $g(x)$ är ett polynom med högsta grad $n - 1$.
Resonemanget upprepas n gånger och vi har visat att det finns exakt n rötter till $f(x)$.

4444 Ekvationen har 30 rötter.

4445 $x_1 = 1 \quad x_2 = -2 \quad x_3 = -5$
Ledtråd:
Dividera polynomet med $(x - 1)$.

4446 $x_1 = -5 \quad x_2 = -i \quad x_3 = i$
Ledtråd:
Dividera polynomet med $(x + 5)$.

4447 $p(2 - 5i) = 0$
Ledtråd:
För polynom med reella koefficienter är icke-reella rötter konjugerande par.

4448 $z_1 = 0 \quad z_2 = 2 + i \quad z_3 = 2 - i$
Ledtråd:
$z(z^2 - 4z + 5) = 0$

4449 a) 4 rötter
Motivering:
Ekvationen är av fjärde graden.

b) $x_1 = 3i$
$x_2 = -3i$
$x_3 = x_4 = 1$

4450 $-6i$ och $4 + i$
Ledtråd:
För polynom med reella koefficienter är icke-reella rötter konjugerande par.

4451 $x_1 = -2, \; x_{2,3} = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{3}i)$

4452 $z_{1,2} = \pm i, \; z_3 = 3, z_4 = -2$

4453 $a = 7$ ger lösningarna $x_1 = -1$,
$x_{2,3} = -\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{23}i)$

4454 $x_{1,2} = \pm 1, x_{2,3} = \frac{1}{2}(3 \pm \sqrt{3}i)$

4455 $x_1 = 1, \; x_2 = -2, \; x_3 = 3$

4456 $z_{1,2} = 1 \pm i, \; z_{3,4} = \pm 1$

4457 $z_{1,2} \pm \sqrt{3}i, \; z_{3,4} = -3 \pm i$

4458 *Lösning:*
$(-3) \cdot 2 \cdot 4 = -24 =$
= konstanttermen med ombytt tecken.
$(-3) + 2 + 4 = 3 =$
= koefficienten framför x^2 med ombytt tecken.

4459 *Lösning:*
Bryt först ut 4 så att vi får en 1:a framför tredjegradstermen:
$4\left(x^3 - \frac{1}{4}x^2 - 3x + \frac{3}{4}\right) = 0$
$\sqrt{3} \cdot (-\sqrt{3}) \cdot \frac{1}{4} = -\frac{3}{4} =$
= konstanttermen med ombytt tecken.
$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} =$
koefficienten framför x^2 med ombytt tecken.

4460 Antag att ekvationen
$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0 = 0$
har rötterna $p_1, p_2, p_3 \ldots, p_n$.
Då gäller
$a_{n-1} = -(p_1 + p_2 + p_3 + \ldots + p_n)$
$a_0 (-1)^n = (p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \ldots \cdot p_n)$

4461 $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$
Ledtråd:
Anta att rötterna till den givna ekvationen är p_1, p_2, p_3.
Då är rötterna till den sökta ekvationen p_1^2, p_2^2, p_3^2.
Använd sedan de tre sambanden mellan rötter och koefficienter på sidan.

4502 $U = \text{Re}\,\{15e^{i50\pi t}\}$

4503 a) 50 Hz

b) Med 230 V menar man att en likströmskrets med spänningen 230 V ger samma effekt som växelspänning med amplitud 325 V.

4504 $I = 10 \cos(10\pi t)$
$I = U/R = \text{Re}\{30e^{i10\pi t}/3\} =$
$= \text{Re}\{10\,e^{i10\pi t}\} = 10\cos(10\pi t)$

4505 $I = 1{,}9 \cos(20\pi t + \pi/2)$