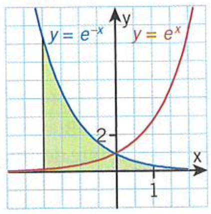
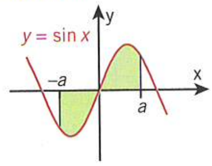
b) 7

Ledtråd:



c) 0

Ledtråd:



3512 $b = 1/3$

Ledtråd:

Triangeln har basen $4/b$ och höjden $4/(b+1)$.

3513 $F(x) = 3(xe^x - e^x)$

3514 41

Lösning:

$$\int_{-4}^{8} g(x)\,dx =$$

$$= \int_{-4}^{8} (f(x) + 3)\,dx =$$

$$= \int_{-4}^{8} f(x)\,dx + \int_{-4}^{8} 3\,dx =$$

$$= 5 + 36 = 41$$

3515 a) Nej.

Motivering:

$f'(0) = g'(0) + h'(0$

b) Ja.

Motivering:

$f'(0) = g(0) \cdot h'(0) + g'(0) \cdot h(0)$

Om t ex $g(0) < 0$ och $h(0) < 0$ är $f'(0) > 0$.

3516 Ca 7,64 l.e.

Ledtråd:

Använd grafritarens integralverktyg.

3517 $x = 0, x = 5 - \sqrt{50}, x = 5 + \sqrt{50}$

Tolkning:

För dessa x-värden är integralen noll vilket kan tolkas geometriskt som att i intervallet $(0, x)$ är arean ovan x-axeln lika med arean under.

3518 *Lösning:*

VL $= 36 \sin x + 105 \cos x =$
$= 111 \cdot \sin(x + v)$,
dvs har maximivärdet 111.

HL $= 3x^2 - 2x + 112$ har minimivärdet $111\frac{2}{3}$

3519 $f_{\min} = 12$

Ledtråd:

Sätt $t = x \sin x$ och studera $g(t) = \dfrac{4t^2 + 9}{t}$

Bestäm $t_{\min}$ och $g_{\min}$. Visa att det finns x-värde i intervallet som ger $t_{\min} = x \sin x$ vilket då ger att $f_{\min} = g_{\min}$

3520 Ca 190 cm

Ledtråd:

Beräkna sannolikheten med integral, använd räknare och pröva dig fram.

3522 a) Ca 16,7 km

b) 20 km

Lösning:

$$\int_{1}^{\infty} \frac{20}{x^2}\,dx = \lim_{t\to\infty}\left[-\frac{20}{x}\right]_1^t =$$

$$= \lim_{t\to\infty}\left(-\frac{20}{t} - \frac{20}{1}\right) = 20$$

3523 Ja, planket är 1 m^2

Ledtråd:

$-e^{-x} = -\dfrac{1}{e^x}$

går mot noll då $x \to \infty$

3524 a) Nej, gränsvärdet är ∞

b) Ja, gränsvärdet är 1

c) Ja, gränsvärdet är $\sqrt{2}$

d) Ja, gränsvärdet är $2e^5$

3525 Integralen går mot oändligheten för $0 < k \leq 1$ och har ändligt värde för $k > 1$.

3526 Det stämmer.

Ledtråd:

Visa med beräkning att

$$\int_{1}^{\infty} 30 \cdot 0{,}96^x\,dx < 1\,000$$

3602 a) $\Delta V = \pi x \Delta x$

Ledtråd:

Skivan är en cylinder med radie $\sqrt{x}$ och höjden Δx.

b) $V = \int_{0}^{4} \pi x\,dx$

c) 8π v.e.

3603 a) $\dfrac{242\pi}{5}$ v.e. ≈ 152 v.e.

Ledtråd:

$V = \int_{1}^{3} \pi x^4\,dx$

b) $\dfrac{\pi}{2}(e^2 - 1)$ v.e. $\approx 10{,}0$ v.e.

Ledtråd:

$V = \int_{0}^{1} \pi e^{2x}\,dx$

3604 a) $\Delta V = \pi y \Delta y$

Ledtråd:

Skivan är en cylinder med basytan $\pi \cdot x^2 = \pi \cdot y$ och höjden Δy.

b) $V = \int_{0}^{4} \pi y\,dy$

c) 8π v.e.

3605 a) $12{,}5\pi$ v.e. $\approx 39{,}3$ v.e.

Ledtråd:

$V = \int_{0}^{5} \pi(5 - y)\,dy$

b) $\dfrac{32\pi}{5}$ v.e. $\approx 20{,}1$ v.e.

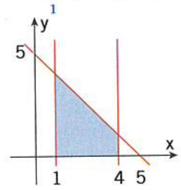
Ledtråd:

$V = \int_{0}^{2} \pi x^2\,dy = \int_{0}^{2} \pi y^4\,dy$

3606 a) 21π v.e. $\approx 66{,}0$ v.e.

Ledtråd:

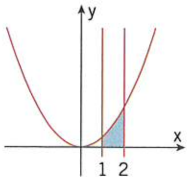
$V = \int_{1}^{4} \pi(5 - x)^2\,dx$



b) $\dfrac{31\pi}{5}$ v.e. ≈ 19,5 v.e.

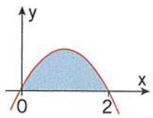
Ledtråd:

$V = \int_1^2 \pi(x^2)^2\,dx$



c) $\dfrac{16\pi}{15}$ v.e. ≈ 3,4 v.e.

Ledtråd:
Kurvan till $y = 2x - x^2$ skär x-axeln då $x = 0$ och $x = 2$ vilket utgör integrationsgränserna.



3607 $\dfrac{2\pi}{15}$ v.e. ≈ 0,42 v.e.

Ledtråd:

Beräkna $\int_0^1 \pi x^2\,dx - \int_0^1 \pi x^4 dx$

eller $\int_0^1 \pi(x^2 - x^4)dx$

3608 $\dfrac{\pi}{2}$ v.e. ≈ 1,57 v.e.

Ledtråd:
Rita en skiss.

$V = \int_{-1}^{0} \pi(y+1)\,dy$

3609 a) $y = \sqrt{r^2 - (x-r)^2} = \sqrt{2xr - x^2}$

$\Delta V \approx \pi y^2 \Delta x = \pi(2xr - x^2)\Delta x$

b) $V = \int_0^{2r} \pi(2xr - x^2)\,dx$

c) $V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$

d) 610 000 m^3 (605 280,1...)

Ledtråd:

$V = \int_0^{85} \pi(110x - x^2)\,dx$

3610 $t = 4$

Lösning:

$V(t) = \int_2^t \pi(9 - y)\,dy =$

$= \pi(9t - \dfrac{t^2}{2} - 16)$

$V(t) = 12\pi$ ger ekvationen

$t^2 - 18t + 56 = 0 \quad 2 < t < 9$

$t = 4 \ (t = 14)$

3611 π v.e. ≈ 3,14 v.e.

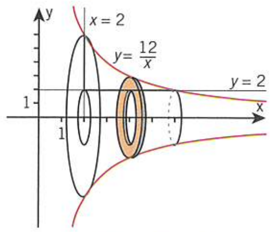
Ledtråd:

$y = x^{-2} \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{x^2} \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{1}{y}$

3612 $\dfrac{1\,296\pi}{5}$ v.e. ≈ 814,3 v.e.

3613 32π v.e. ≈ 101 v.e.

Lösning:



En godtycklig skiva har volymen

$\Delta V = (\pi y^2 - \pi 2^2)\Delta x$

$V = \int_2^6 \pi\left(\dfrac{144}{x^2} - 4\right)dx =$

$= \pi\left[-\dfrac{144}{x} - 4x\right]_2^6 = 32\pi$

3614 9π v.e. ≈ 28,3 v.e.

Ledtråd:
Integrationsgränserna är 0 och 3 i y-led.

3615 $\dfrac{729\pi}{35}$ v.e. ≈ 65,4 v.e.

3616 $\pi(e^2 + 1)/2$ v.e. ≈ 13,2 v.e.

Ledtråd:
Den sökta volymen kan beräknas som skillnaden i volym mellan en cylinder och en rotationsvolym som bildas när kurvan roterar runt y-axeln.

3617 $t \approx 1{,}10$

3618 $\left(\dfrac{3\pi^2}{4} + \dfrac{\pi}{2}\right)$ v.e. ≈ 8,97 v.e.

3619 $a = 15/32$

Lösning:

$V_x = \int_{-a}^{a} \pi(a^2 - x^2)^2\,dx = \dfrac{16\pi a^5}{15}$

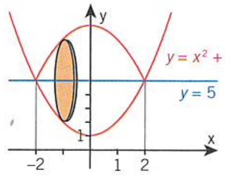
$V_y = \int_0^{a^2} \pi(a^2 - y)\,dy = \dfrac{\pi a^4}{2}$

$V_x = V_y$ ger $a = 15/32$

3620 $a = 1/3$

3621 a) $\pi \int_{-2}^{2} (4 - x^2)^2 dx$

Lösning:



En godtycklig skiva har basradien

$r = 5 - (x^2 + 1) = 4 - x^2$

$\Delta V = \pi r^2 \Delta x = \pi(4 - x^2)^2 \Delta x$

$V = \int_{-2}^{2} \pi(4 - x^2)^2\,dx$

b) $\pi \int_0^4 \left(\dfrac{y^2}{8} - 2\right)^2 dy$

Historik: Riemanns summor och integralens definition

1 a) Översumman = 3,75 a.e.

b) Undersumman = 1,75 a.e.

c) Integralen = 8/3 a.e. ≈ 2,7 a.e.

2 Arean är 2,625 a.e. dvs en bättre approximation än över- och undersumman i 1.

3 Teo har rätt. Arean under kurvan är en parallelltrapets med area $h(a + b)/2$. Mittpunktsrektangeln har höjden $(a + b)/2$ och basen h.