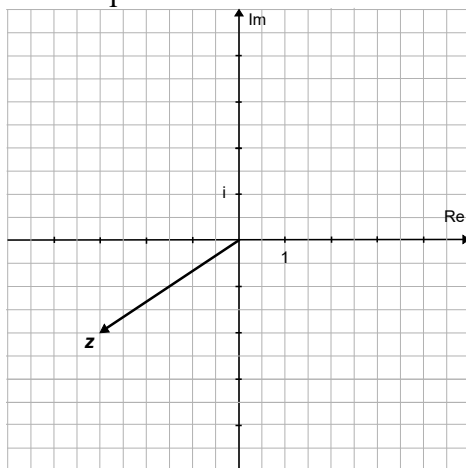


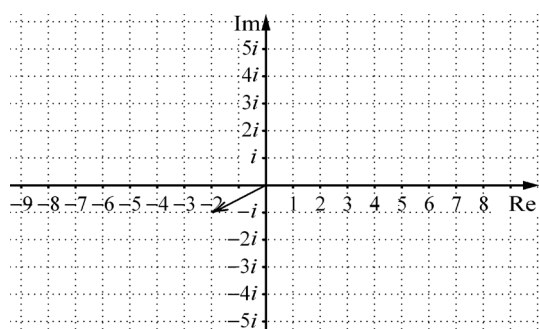
1. Ange realdel och imaginärdel för det komplexa talet $z = 5 - 10i$.
2. Ange realdel och imaginärdel för det komplexa talet $z = 3i$.
3. Ange realdel och imaginärdel för det komplexa talet $z = 4$.
4. Ange det komplexa tal z som har $\operatorname{Re} z = 0$ och $\operatorname{Im} z = 1$.
5. Ange det komplexa tal z som har $\operatorname{Re} z = 25$ och $\operatorname{Im} z = 0$.
6. För vissa komplexa tal z ($z \neq 0$) gäller att $\operatorname{Re} z = 4 \cdot \operatorname{Im} z$.
Ge exempel på ett sådant tal. *Endast svar fordras*
(Nationellt prov, kurs E, vt 2002)
7. Bestäm $\operatorname{Re} z$ och $\operatorname{Im} z$ då $z = \frac{0,8 - 0,4i}{0,2}$.
8. Bestäm $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$ och $\bar{z}$ då $z = \frac{\pi^2 - \pi i}{\pi}$.
9. Bestäm $\operatorname{Re} z$ och $\operatorname{Im} z$ då $z = \frac{-i + 14}{25}$.
10. Bestäm $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$ och $\bar{z}$ då $z = \frac{12 - 15i}{3}$. Svara i enklaste form.
11. Bestäm $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$ och $\bar{z}$ då $z = \frac{4i + 32}{8}$.
12. Det komplexa talet z är markerat i nedanstående figur.



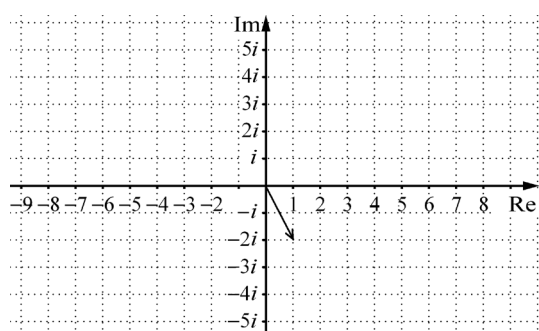
Rita ett komplext talplan och markera talet $1 - z$.

(Nationellt prov, kurs E, vt 1996)

13. Det komplexa talet z är markerat i nedanstående figur.
Rita ett komplext talplan och markera talet $-i - z$.



14. Det komplexa talet z är markerat i nedanstående figur.
Rita ett komplext talplan och markera talet $2 - iz$.



15. Ange $\bar{z}$ om $z = \frac{9}{25}i - 1$.

16. Ange $\bar{z}$ om $z = -a + (a - 1)i$ om a är en reell konstant.

17. Bestäm $|z|$ då $z = \frac{1 + 2i}{i}$

(Nationellt prov, kurs E, ht 1997)

18. Bestäm $|z|$ då $z = \frac{-2 + 4i}{i}$

19. Bestäm $|z|$ då $z = \frac{2\sqrt{3} + 2i}{i}$

20. Bestäm absoluta beloppet av det komplexa talet $-\sqrt{6} - i\sqrt{2}$

21. Låt $z = 5 - 5i$

- Markera z i det komplexa talplanet.
- Bestäm $\arg z$ Endast svar fordras.
- Bestäm $|z|$ Endast svar fordras.

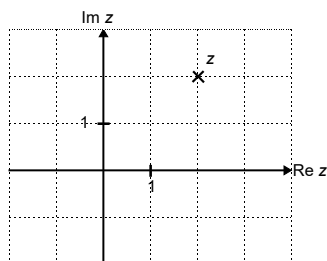
22. Vilket av talen $7 + 8i$ eller $-9 + 6i$ ligger närmast origo? Motivering krävs.

23. Bestäm $\bar{z}$ om $z = \frac{2 + i\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$. Svara på formen $a + bi$ på enklaste form utan rottecken i nämnaren.
24. Vilket eller vilka påståenden är sanna för talen $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ och $z_2 = 2 + i\sqrt{3}$. Endast svar krävs.
a) $z_2 > z_1$ b) $\operatorname{Re} z_1 = \operatorname{Re} z_2$ c) $\operatorname{Im} z_1 = \operatorname{Im} z_2$ d) $|z_1| > |z_2|$ e) $|\operatorname{Im} z_1| < |z_1|$
25. Bestäm det reella talet t i det komplexa talet $z = 10 + (t^2 - 6)i$ så att $\operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z$
26. Skriv $3(4 - 3i) + i(2 + 3i)$ på formen $a + bi$
(Nationellt prov, kurs E, vt 2002)
27. Förenkla uttrycket $5(2 + 3i) - 3(4 - 2i)$ så långt som möjligt.
28. Förenkla uttrycket $2(2 - i) - i(3 - 2i) + 6i(i - 1)$ så långt som möjligt.
29. Förenkla uttrycket $(5 + 2i)(3 - i) - (2 - 7i)(4 - 3i)$ så långt som möjligt.
30. Förenkla uttrycket $(2i - 1)^2 - (3 + i)(5 - 3i)$ så långt som möjligt.
31. Förenkla uttrycket $(5 - 2i)^2 - (5 - 2i)(5 + 2i)$ så långt som möjligt.
32. Förenkla uttrycket $(5 + 2i) \cdot (5 - 2i) - (5i)^2$ så långt som möjligt.
33. Skriv på $(1 - i)(1 + i)^2$ på formen $x + yi$.
34. Skriv på $(2 + i)^2 \cdot (2 - i)$ på formen $x + yi$.
35. Förenkla uttrycket $(1 - i) \cdot (2 - i) \cdot (1 + i) \cdot (2 + i)$ så långt som möjligt.
36. Bestäm $\bar{z}$ då $z = (8 + 6i)^2$. Svara på formen $a + bi$.
37. Är det sant att $\bar{z} = (1 - 5i)^2$ om $z = (1 + 5i)^2$?
38. Är det sant att $\bar{z} = (-10 - 6i)^2$ om $z = (-10 + 6i)^2$?
39. Är det sant att $\bar{z} = (4i - 1)^2$ om $z = (4i + 1)^2$?
40. Skriv det komplexa talet $i^4 + i^6 + (1 - i)^2$ på formen $a + bi$.
41. Skriv det komplexa talet $i^4 + i^8 + i^{10}$ på formen $a + bi$.
42. Skriv det komplexa talet $z = 25i^{53} + 26i^{55} + 27i^{56}$ på formen $a + bi$.
43. Skriv det komplexa talet $z = \frac{1}{i}$ på formen $z = a + bi$.
44. Ange $\operatorname{Im} z$, då $z = \frac{8 - 3i}{2i}$.
45. Skriv uttrycket $\frac{2 - i}{3}i - \frac{3 - i}{6}i^2$ på formen $a + bi$.

46. Skriv uttrycket $\frac{1+i+i^2+i^3}{i}$ på formen $a+bi$.
47. Förenkla uttrycket $\left(\frac{2}{i}\right)^2 - 2(4-2i)^2$ så långt som möjligt.
48. Förenkla uttrycket $i^{-3} + i^5$ så långt som möjligt.
49. Skriv det komplexa talet $\frac{5i}{i-2}$ på formen $a+bi$.
50. Skriv $\frac{1+3i}{3+i}$ på formen $a+bi$ där a och b är reella tal.
(Nationellt prov, kurs E, vt 1998)
51. Skriv det komplexa talet $\frac{-1+i}{-1-i}$ på formen $a+bi$.
52. Bestäm $\operatorname{Im} z$ då $z = \frac{2,5-4i}{2,5-i}$. Svara exakt.
53. Skriv det komplexa talet $\frac{2-3i}{1+2i}$ på formen $a+bi$.
54. Skriv det komplexa talet $\frac{7-3i}{2-i}$ på formen $x+yi$
(Nationellt prov, kurs E, vt 1999)
55. Förenkla det komplexa talet z så långt som möjligt. Svara i formen $a+bi$.
$$z = \frac{4-3i}{3-4i}$$

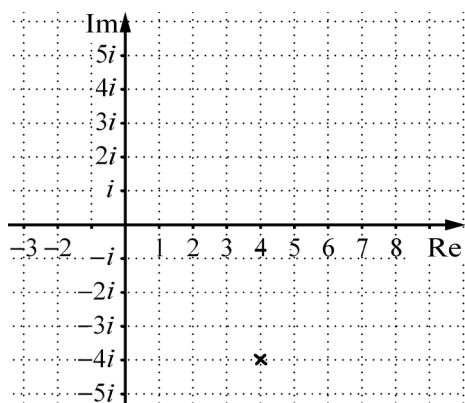
(Nationellt prov, kurs E, vt 1996)
56. Förenkla det komplexa talet z så långt som möjligt. Svara i formen $a+bi$.
$$z = \frac{2+4i}{4-2i}$$
57. Förenkla det komplexa talet z så långt som möjligt. Svara i formen $a+bi$.
$$z = \frac{5-10i}{10-5i}$$
58. Förenkla det komplexa talet z så långt som möjligt. Svara i formen $a+bi$.
$$z = \frac{1-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i}$$
59. Skriv uttrycket $\frac{(3-i)(3+i)}{1+2i}$ på formen $a+bi$
(Nationellt prov, kurs E, ht 1998)
60. Skriv uttrycket $\frac{(2-3i)(2+3i)}{1+5i}$ på formen $a+bi$

61. Skriv uttrycket $\frac{(3+4i)(3-4i)}{1+7i}$ på formen $a + bi$
62. Skriv det komplexa talet $\frac{1}{(1+i)^2}$ på formen $a + bi$.
63. Förenkla uttrycket $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2$ så långt som möjligt.
64. Skriv $\frac{(2+i)^2}{(1+i)^2}$ på formen $a + bi$ där a och b är reella tal.
65. Skriv $\frac{(3+i)^2}{(1+i)^2}$ på formen $a + bi$ där a och b är reella tal.
66. Förenkla uttrycket $\frac{2+i}{1-i} - \frac{2-i}{1+i}$ så långt som möjligt. Svara på formen $a + bi$.
67. Förenkla uttrycket $\frac{2-i}{1+2i} - \frac{2+i}{1-2i}$ så långt som möjligt. Svara på formen $a + bi$.
68. Förenkla uttrycket $\frac{(2+3i)^2}{2-i}$ så långt som möjligt. Svara på formen $a + bi$.
69. Förenkla uttrycket $\frac{1-2i}{1+7i} - \frac{1+2i}{7i-1}$ så långt som möjligt. Svara på formen $a + bi$.
70. Bestäm $\frac{z_1}{z_2}$ om $z_1 = \sqrt{5} + 3i$ och $z_2 = 3 + i\sqrt{5}$.
71. Bestäm $\frac{z_1}{z_2}$ om $z_1 = \sqrt{10} + i$ och $z_2 = 1 + i\sqrt{10}$.
72. Talet z är markerat i det komplexa talplanet. Bestäm $\frac{z}{\bar{z}}$

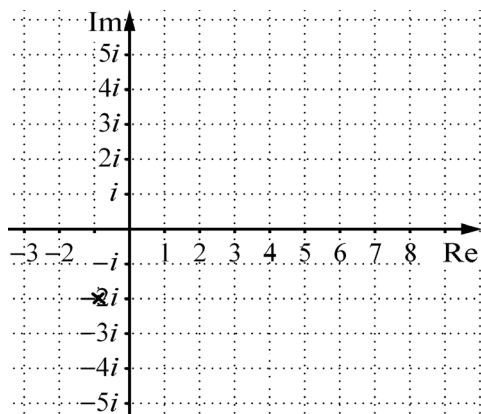


(Nationellt prov, kurs E, ht 1997)

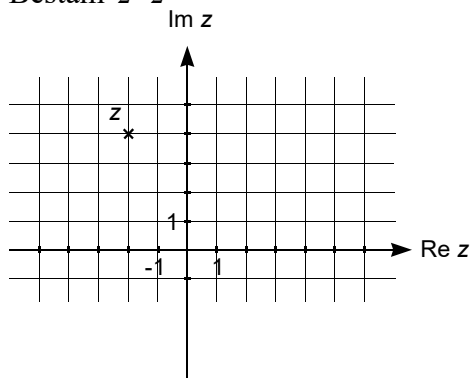
73. Talet z är markerat med ett kryss i det komplexa talplanet. Bestäm $\frac{z}{\bar{z}}$



74. Talet z är markerat med ett kryss i det komplexa talplanet. Bestäm $\frac{z}{\bar{z}}$

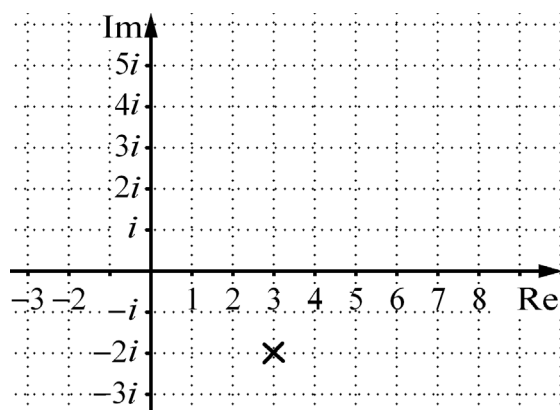


75. Talet z är markerat i det komplexa talplanet.
Bestäm $z \cdot \bar{z}$

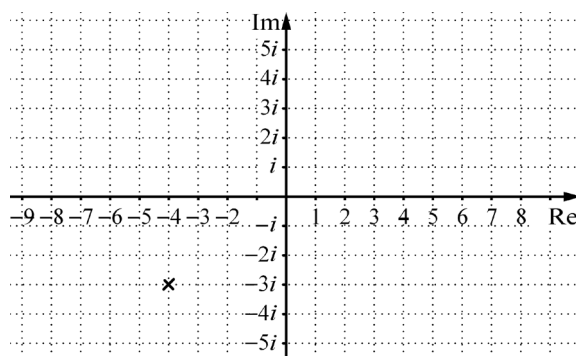


(Nationellt prov, kurs E, vt 1999)

76. Talet z är markerat i det komplexa talplanet.
Bestäm $z \cdot \bar{z}$



77. Talet z är markerat i det komplexa talplanet.
Bestäm $z \cdot \bar{z}$



78. Bestäm $|3z_1 - 4z_2|$ om $z_1 = 2 + i$ och $z_2 = 3 - 2i$. Svara exakt.
79. Förenkla uttrycket $(z - \bar{z})^4$ så långt som möjligt då $z = \sqrt{10} - 2i$.
80. Bestäm $\bar{z}$ och $|z|$ då $z = \frac{1}{i} - \frac{1}{i^3}$.
81. Visa att $|z_1| + |z_2| > |z_1 + z_2|$ om $z_1 = 3 + 4i$ och $z_2 = -5 + 12i$.
82. Visa att $z = \bar{z}$ då $z = (i + 0,3)(i - 0,3)$.
83. Skriv uttrycket $z + z^2 + z^3$ på formen $a + bi$ då $z = 1 - i$.
84. Beräkna $f(1 - i)$ om $f(z) = z^2 - z$.
85. Visa att $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$ om $z_1 = 3 + 4i$ och $z_2 = 2 - i$.
86. Man har det komplexa talet $z = -1 - 4i$.
- a) Beräkna $z \cdot \bar{z}$.
- b) Visa sedan att $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.
87. Bestäm $z \cdot \bar{z}$ då $z = 5 - 5i$
88. Bestäm $z \cdot \bar{z}$ då $z = \sqrt{3} - i\sqrt{3}$

89. Visa att formeln $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ gäller om $z = 1 + i\sqrt{2}$
90. Förenkla uttrycket $\left| \frac{4+3i}{3-4i} \right|^2$ så långt som möjligt.
91. Bestäm den reella konstanten a i talet $z = a - i + (5 - a)i$ så att z blir ett reellt tal.
92. Bestäm avståndet mellan punkterna $7 - 2i$ och $3 + i$ i det komplexa talplanet.
93. Bestäm avståndet mellan punkterna $6 + 2i$ och $-6 - 3i$ i det komplexa talplanet.
94. Bestäm avståndet mellan punkterna $1 + i$ och $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ i det komplexa talplanet.
Svara exakt.
95. Det komplexa talet $z = 0,6 + 0,8i$ ligger på enhetscirkeln i det komplexa talplanet. Vilket eller vilka av följande tal ligger också på enhetscirkeln?
a) $\bar{z}$ b) $z - 1$ c) $2z$ d) z^2 e) $\frac{1}{z}$
96. För det komplexa talet z gäller att $\operatorname{Im} z = 2$.
Markera i ett komplext talplan alla tänkbara lägen för z och $\bar{z}$ och beskriv de möjliga lägena i ord.
97. För det komplexa talet z gäller att $\operatorname{Re} z = 3$ och att $|z| = 5$. Markera i ett komplext talplan alla tänkbara lägen för z och $\bar{z}$. Ange dessutom z och $\bar{z}$. *Endast svar krävs.*
98. Markera i det komplexa talplanet det område vars punkter uppfyller villkoret $\operatorname{Im} z < -2$.
99. Markera i det komplexa talplanet det område vars punkter uppfyller villkoret $-1 \leq \operatorname{Re} z \leq 2$.
100. Markera i det komplexa talplanet det område vars punkter uppfyller villkoret $-5 < \operatorname{Im} z \leq 0$.
101. Markera i det komplexa talplanet det område vars punkter uppfyller villkoren $-2 \leq \operatorname{Re} z \leq 2$ och $\operatorname{Im} z \geq 0$.
102. Markera i det komplexa talplanet det område vars punkter uppfyller villkoret $|z - 3i| \geq 4$.
103. Markera i det komplexa talplanet de punkter, som uppfyller olikheten $1 \leq |z - 2| \leq 2$.
104. Bestäm argument och absolutbelopp för det komplexa talet $-7 + 7i$.
Endast svar fordras.
(Nationellt prov, kurs E, ht 1998)
105. Bestäm argument och absolutbelopp för det komplexa talet $2,14 + 1,68i$.
Endast svar fordras.
106. Bestäm argument och absolutbelopp för det komplexa talet $-4 - 3i$.
Endast svar fordras.

107. Ange på formen $a + bi$ det komplexa tal vars absolutbelopp är 2 och argument är $\frac{3\pi}{4}$.

108. För ett komplext tal gäller att $\operatorname{Re} z = 1$ och $\operatorname{Im} z = 3$. Bestäm $\bar{z}$, $\arg z$ och $|z|$.
Svaret på $|z|$ ges exakt och svaret på $\arg z$ ges i grader med en decimal.

109. Bestäm de värden som ska stå i rutorna istället för bokstäverna A, B, C och D.
Endast svar fordras.

z	$\arg z$	$ z $	$\bar{z}$
$1 + i$	A		
$2i$			B
C		D	$\sqrt{3} + 3i$

(Nationellt prov, kurs E, ht 1996)

110. Bestäm de värden som ska stå i rutorna istället för bokstäverna A, B, C och D.
Endast svar fordras.

z	$\arg z$	$ z $	$\bar{z}$
$\sqrt{3} + i$		A	B
C			$5i$
$1 + i$	D		

111. Bestäm de värden som ska stå i rutorna istället för bokstäverna A, B, C och D.
Endast svar fordras.

z	$\arg z$	$ z $	$\bar{z}$
$-3i$	A		
		B	$1 - i\sqrt{3}$
$\sqrt{2} - i\sqrt{2}$	C		D

112. Bestäm de värden som ska stå i rutorna istället för bokstäverna A, B och D. I den ruta som är markerad med C ska rubriken för sista kolumnen skrivas in.
Endast svar fordras.

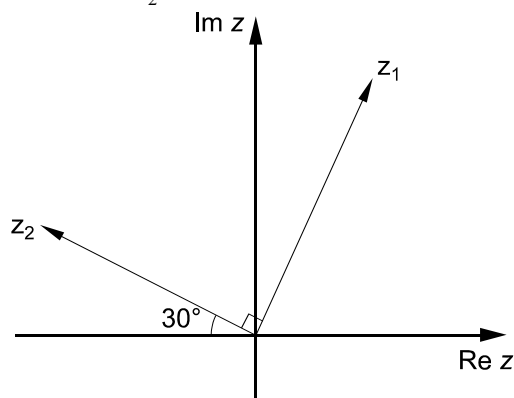
z	$\arg z$	$\bar{z}$	C
A	B	$6i$	
$\sqrt{2} + i\sqrt{2}$			2
		$-1 + i$	D

113. Bestäm $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ då $z_1 = 2 - i$ och $z_2 = 1 - 2i$. Svara i grader med en decimal.

114. Skriv talet $z = -8$ på polär form. Argumentet skall ges i grader.
115. Skriv talet $-10i$ på polär form. Argumentet skall ges i grader.
116. Skriv talet $-i\sqrt{2}$ på polär form. Argumentet skall ges i radianer.
117. Skriv talet $-2 - \sqrt{2}$ på polär form. Argumentet skall ges i radianer.
118. Skriv uttrycket $\frac{\pi i}{2} \cdot \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$ på formen $a + bi$.
119. Skriv i polär form talet $3 + i\sqrt{3}$.
(Nationellt prov, kurs E, vt 1996)
120. Skriv i polär form talet $-2 + 2i$
121. Skriv i polär form talet $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$
122. Skriv i polär form talet $\sqrt{10} + i\sqrt{10}$
123. Skriv talet $z = 2\sqrt{3} + 2i$ på polär form. Argumentet ges i grader.
124. Skriv det komplexa talet $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3i}{2}$ på polär form. Argumentet skall ges i intervallet $0^\circ \leq \arg z \leq 360^\circ$.
125. Skriv talet $z = i$ på polär form. Svara exakt i radianer.
126. Skriv talet $z = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \cdot i$ på polär form. Svara exakt i radianer.
127. Skriv på polär form $z = 4 + 4\sqrt{3} \cdot i$
(Nationellt prov, kurs E, ht 1996)
128. Skriv på polär form $z = -5 + 5\sqrt{3} \cdot i$
129. Uppgiften handlar om de komplexa talen $z = 2 + 2i$ och $w = 5i$
- Rita z , w och $z \cdot w$ i det komplexa talplanet
 - Skriv z och w i polär form
 - Bestäm $\arg\left(\frac{w}{z}\right)$ Endast svar fordras.
 - Bestäm exakt $|z \cdot w|$ Endast svar fordras.
 - Beräkna $1 - w \cdot \bar{z}$
(Nationellt prov, kurs E, vt 1997)

130. Man har de komplexa talen $z = -3 + 3i$ och $w = 2i$
- Rita z , w och $z \cdot w$ i det komplexa talplanet
 - Skriv z och w i polär form med argumentet i radianer
 - Bestäm $\arg\left(\frac{z}{w}\right)$ Endast svar fordras.
 - Bestäm exakt $|z \cdot w|$ Endast svar fordras.
 - Beräkna $6 - w \cdot \bar{z}$
131. Man har de komplexa talen $z = -2$ och $w = -4 + 4i$
- Rita $\overline{z \cdot w}$ i det komplexa talplanet
 - Skriv z och w i polär form med argumentet i radianer
 - Bestäm $\arg(z \cdot w)$ Endast svar fordras.
 - Bestäm exakt $\left|\frac{w}{z}\right|$ Endast svar fordras.
 - Beräkna $z \cdot \bar{w} + \bar{z} \cdot w$
132. Skriv talet $z = -1 + i\sqrt{3}$ på polär form. Svara exakt i radianer.
133. Skriv talet $z = \frac{4}{i}$ på polär form. Svara i grader.
134. Skriv talet $z = \frac{1}{(1-i)^2}$ på polär form. Svara exakt i radianer.
135. Utför multiplikationen $2(\cos 1^\circ + i \sin 1^\circ) \cdot 3(\cos 89^\circ + i \sin 89^\circ)$. Svara på polär form.
136. Utför multiplikationen $8(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ) \cdot 2(\cos 78^\circ + i \sin 78^\circ)$.
Svara på formen $a + bi$.
137. Utför multiplikationen $(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ) \cdot (\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ)$.
Svara sedan exakt på formen $a + bi$.
138. Utför multiplikationen $3(\cos 40^\circ + i \sin 40^\circ) \cdot 4(\cos 80^\circ + i \sin 80^\circ)$ och svara
- i polär form
 - exakt på formen $a + bi$.
139. Man har de komplexa talen $z_1 = 1 + i$ och $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$. Skriv först om talen i polär form och bestäm slutligen produkten $z_1 \cdot z_2$ i polär form. Räkna exakt i grader.
140. Utför multiplikationen $\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i \sin\frac{3\pi}{2}\right) \cdot \sqrt{8}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$.
Svara på polär form.
141. För de komplexa talen z_1 och z_2 som är markerade i figuren gäller att $|z_1| = 10$ och $\operatorname{Im} z_2 = 4$
- Bestäm z_1 på polär form.

- b) Bestäm z_2 på polär form.
- c) Beräkna $\frac{z_1}{z_2}$ och svara på formen $a + bi$

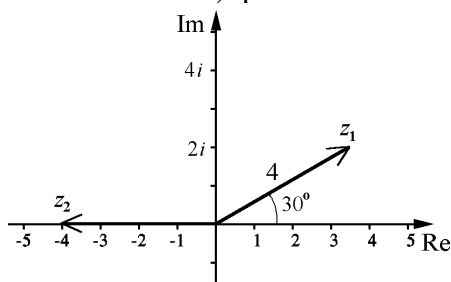


Uppgiften kan inte lösas genom mätning i figuren.

(Nationellt prov, kurs E, vt 2002)

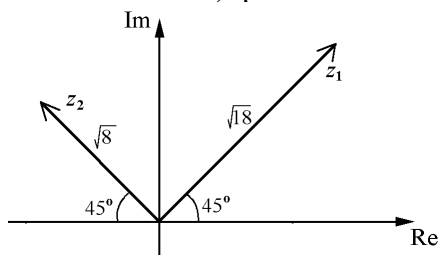
142. I figuren har man ritat de komplexa talen z_1 och z_2 . Bestäm talet $z_1 \cdot z_2$

- a) i polär form b) på formen $a + bi$



143. I figuren har man ritat de komplexa talen z_1 och z_2 . Bestäm talet $z_1 \cdot z_2$

- a) i polär form b) på formen $a + bi$



144. Man har talet $z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$. Bestäm $\arg z^2$.

145. Man har talet $z = 2(\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)$. Bestäm $\arg(i^3 \cdot z)$.

Svara med argumentet i intervallet $0^\circ \leq \arg(i^3 \cdot z) \leq 360^\circ$.

146. Man har talet $z = 2(\cos 2v + i \sin 2v)$. Bestäm $\arg iz$. Svara i grader.

147. Förenkla kvoten $\frac{\sqrt{8}(\cos 92^\circ + i \sin 92^\circ)}{\sqrt{2}(\cos 2^\circ + i \sin 2^\circ)}$ så långt som möjligt. Svara på polär form.

148. Förenkla kvoten $\frac{10(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)}{5(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)}$ så långt som möjligt.

- a) Svara på polär form. b) Ge svaret exakt på formen $a + bi$

149. Man har talet $z = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$. Bestäm talet $\frac{1}{z}$ i polär form.

Svara med argumentet i intervallet $0^\circ \leq \arg \frac{1}{z} \leq 360^\circ$.

150. Bestäm kvoten $\frac{z_1}{z_2}$ då $z_1 = \sqrt{32} \left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12} \right)$ och $z_2 = 8 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$.

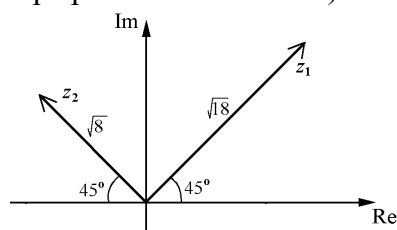
- a) Svara på polär form. b) Ge också svaret exakt på formen $a + bi$.

151. Bestäm kvoten $\frac{z_1}{z_2}$ då $z_1 = \sqrt{48} \left(\cos \frac{9\pi}{5} + i \sin \frac{9\pi}{5} \right)$ och $z_2 = \sqrt{12} \left(\cos \frac{4\pi}{5} + i \sin \frac{4\pi}{5} \right)$.

- a) Svara på polär form. b) Ge också svaret exakt på formen $a + bi$.

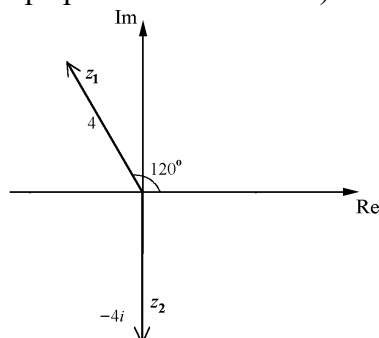
152. I figuren har man ritat de komplexa talen z_1 och z_2 . Bestäm kvoten $\frac{z_2}{z_1}$.

- a) Svara på polär form. b) Ge också svaret exakt på formen $a + bi$.



153. I figuren har man ritat de komplexa talen z_1 och z_2 . Bestäm kvoten $\frac{z_2}{z_1}$.

- a) Svara på polär form. b) Ge också svaret exakt på formen $a + bi$.



154. Bestäm z^5 då $z = 2(\cos 36^\circ + i \sin 36^\circ)$. Svara på formen $a + bi$

155. Skriv uttrycket $\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)^{12}$ på formen $a + bi$.

156. Skriv uttrycket $\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)^{10}$ på formen $a + bi$.

157. Förenkla uttrycket $i^3 \cdot (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)^6$ så långt som möjligt.

158. Lös nedanstående problem.

- a) Bestäm argument och absolutbelopp för det komplexa talet $\sqrt{3} + i$
Endast svar fordras.
- b) Bestäm argumentet för $(\sqrt{3} + i)^6$
Endast svar fordras.
(Nationellt prov, kurs E, vt 1999)

159. Lös nedanstående problem.

- a) Bestäm argument och absolutbelopp för det komplexa talet $2 + i\sqrt{12}$.
Endast svar fordras.
- b) Bestäm argumentet för $(2 + i\sqrt{12})^5$
Endast svar fordras.

160. Lös nedanstående problem.

- a) Bestäm argument och absolutbelopp för det komplexa talet $\frac{1}{4} + \frac{i\sqrt{3}}{4}$.
Endast svar fordras.
- b) Bestäm argumentet för $\left(\frac{1}{4} + \frac{i\sqrt{3}}{4}\right)^4$.
Endast svar fordras.

161. Lös ekvationen $z + iz = i$.

162. Lös ekvationen $\frac{z - 2i}{2i + z} = 2 - i$.

163. Lös ekvationen $z - 1 = 5iz$. Svara på formen $a + bi$.

164. Bestäm de reella konstanterna a och b så att $3a + 2bi - ai + 5b = 7 + 5i$.

165. Bestäm de reella konstanterna a och b så att $5a + 10bi - 5(2a - bi) = -1 + 9i$.

166. Bestäm de reella konstanterna a och b så att $2a + i^3 \cdot b - i(2a - 3bi) = 3i^2 - 5i$.

167. Lös ekvationen $z + iz = i$
(Nationellt prov, kurs E, vt 1998)

168. Lös ekvationen $z - 2iz = 10i$

169. Lös ekvationen $z + 3iz = i$

170. Bestäm det komplexa talet z så att $2z + 3\bar{z} = 10 + i$.

171. Bestäm det komplexa talet z så att $z + 3\bar{z} = 5 - 10i$.

172. Bestäm z så att $z + 2\bar{z} = 1 + i$
(Nationellt prov, kurs E, ht 1997)

173. Bestäm z så att $0,5z + \bar{z} = 12 - 8i$

174. Bestäm z så att $5z + 10\bar{z} = 10 - 5i$

175. Bestäm det komplexa talet z så att $3z - 5\bar{z} = 10 - 16i$.

176. Bestäm det komplexa talet z så att $2z - 4 + 3i = \bar{z}$.

177. Bestäm det komplexa talet z så att $z - 3\bar{z} = 25 - 2i$.

178. Visa att $z = -1 + i\sqrt{3}$ är en lösning till ekvationen $z^3 = 8$.

179. Lös ekvationen $4z^2 - 8z + 13 = 0$.

180. Lös ekvationen $8z - z^2 = 25$
(Nationellt prov, kurs E, ht 1997)

181. Lös ekvationen $2z = 5z^2 + 10$.

182. Lös ekvationen $z^2 = 2z - 5$
(Nationellt prov, kurs E, vt 1998)

183. Lös ekvationen $z(z - 4) = -125$

184. Lös ekvationen $z^2 + 64,25 = 16z$

185. Lös ekvationen $(2 - z)^2 + (1 - z)^2 = 0$.

186. Lös ekvationen $\frac{z^2}{z - 10} = 4$

187. Lös ekvationen $\frac{z^2}{z + 56,5} = -1$

188. Lös ekvationen

a) $z^2 - 2z + 5 = 0$

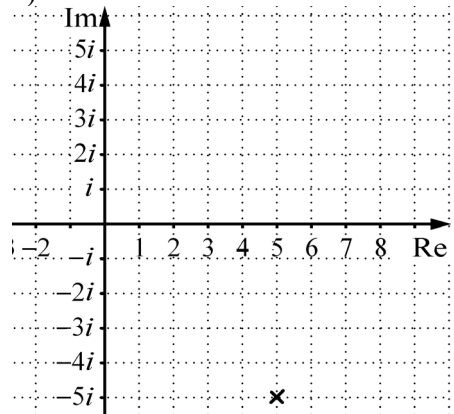
b) $3(z - 3)^2 + 48 = 0$

(Nationellt prov, kurs E, vt 1999, uppgift a) som egen uppgift vt 2002)

F A C I T

1. $\operatorname{Re} z = 5, \operatorname{Im} z = -10$
2. $\operatorname{Re} z = 0, \operatorname{Im} z = 3$
3. $\operatorname{Re} z = 4, \operatorname{Im} z = 0$
4. $z = i$
5. $z = 25$
6. Ex. $z = 8 + 2i$
7. $\operatorname{Re} z = 4, \operatorname{Im} z = -2$
8. $\operatorname{Re} z = \pi, \operatorname{Im} z = -1, \bar{z} = \pi + i$
9. $\operatorname{Re} z = \frac{14}{25}, \operatorname{Im} z = -\frac{1}{25}$
10. $\operatorname{Re} z = 4, \operatorname{Im} z = -5, \bar{z} = 4 + 5i$
11. $\operatorname{Re} z = 4, \operatorname{Im} z = 0,5, \bar{z} = 4 - 0,5i$
12. Markerat talet $4 + 2i$
13. Markerat talet 2
14. Markerat talet $-i$
15. $\bar{z} = -1 - \frac{9}{25}i$
16. $\bar{z} = -a + (1 - a)i$
17. $|z| = \sqrt{5}$
18. $\sqrt{20}$
19. 4
20. $2\sqrt{2}$

21. a)



b) $\frac{7\pi}{4}$ alt 315°

c) $\sqrt{50}$ (eller $5\sqrt{2}$)

22. $7 + 8i$ ligger närmast origo, ty detta tal har störst absolutbelopp.

23. $\bar{z} = \sqrt{2} - i\sqrt{3}$

24. c, e

25. $t = \pm 4$

26. $9 - 7i$

27. $-2 + 21i$

28. $-4 - 11i$

29. $30 + 35i$

30. -21

31. $-8 - 20i$

32. 54

33. $2 + 2i$

34. $10 + 5i$

35. 10

36. $\bar{z} = 28 - 96i$

37. Ja

38. Ja

39. Ja

40. $-2i$

41. 1

42. $z = 27 - i$

43. $z = -i$

44. $\operatorname{Im} z = -4$

45. $\frac{5}{6} + \frac{1}{2}i$

46. 0

47. $-28 + 32i$

48. $2i$

49. $1 - 2i$

50. $0,6 + 0,8i$

51. $-i$

52. $-\frac{30}{29}$

53. $z = -\frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$

54. $3,4 + 0,2i$

55. $\frac{24}{25} + \frac{7i}{25}$

56. i

57. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$

58. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$

59. $2 - 4i$

60. $0,5 - 2,5i$

61. $0,5 - 3,5i$

62. $-\frac{i}{2}$

63. -1

64. $2 - \frac{3}{2}i$

65. $3 - 4i$

66. $3i$

67. $-2i$

68. $-\frac{22}{5} + \frac{19}{5}i$

69. $-\frac{13}{25}$

70. $\frac{3\sqrt{5}}{7} + \frac{2i}{7}$

71. $\frac{2\sqrt{10}}{11} - \frac{9i}{11}$

72. $\frac{z}{\bar{z}} = i$

73. $\frac{z}{\bar{z}} = -i$

74. $\frac{z}{\bar{z}} = -0,6 + 0,8i$

75. 20

76. 13

77. 25

78. $\sqrt{157}$

79. 256

80. $\bar{z} = 2i, |z| = 2$

81. $5 + 13 > \sqrt{260}$

82. $z = \bar{z} = -1,09$

83. $-1 - 5i$

84. $-1 - i$

85. ---

86. a) 17

b) ---

87. 50

88. 6

89. ---

90. 1

91. 4

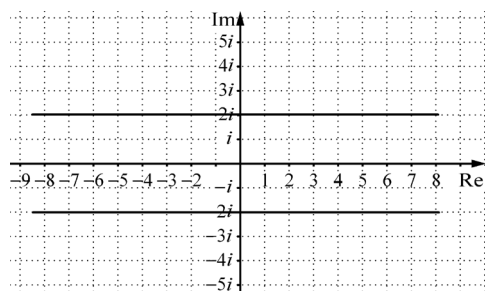
92. 5 le

93. 13 le

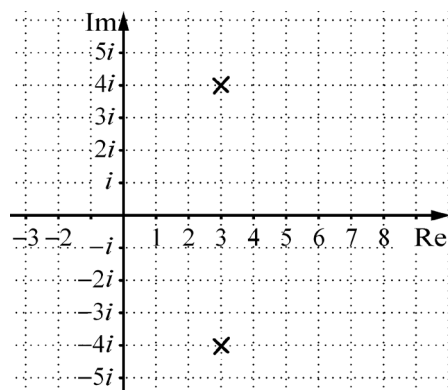
94. $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ le}$

95. a, d och e

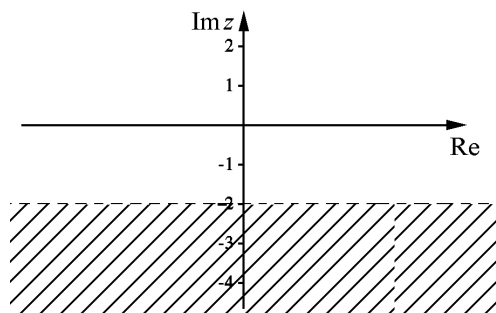
96. Alla tänkbara lägen för z är den vågräta linjen genom $2i$ och för $\bar{z}$ den vågräta linjen genom $-2i$ på imaginära axeln



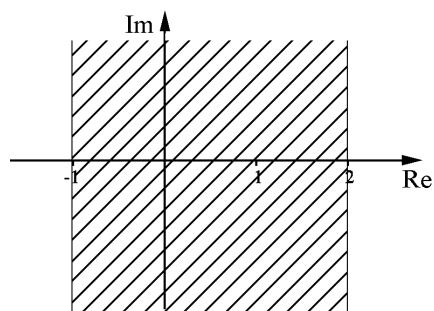
97. $z = 3 + 4i$ och $\bar{z} = 3 - 4i$
(eller tvärtom)



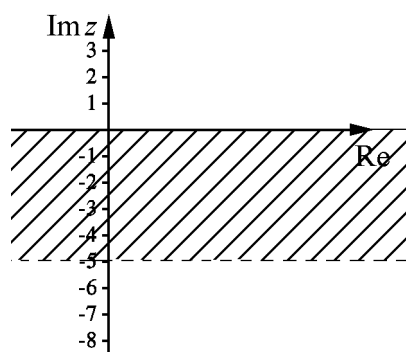
98.



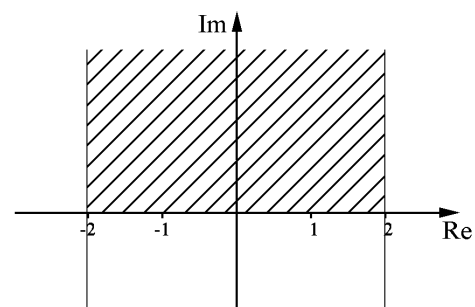
99.



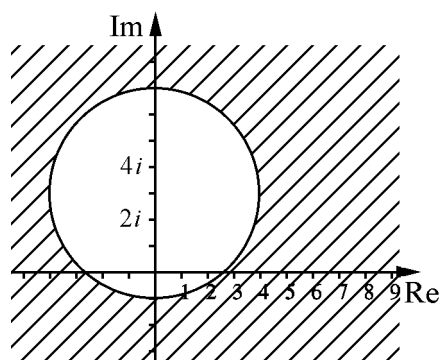
100.



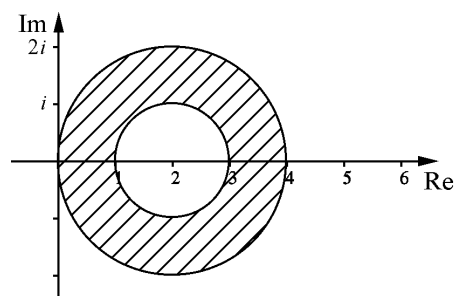
101.



102.



103.



104. Argument: 135°

Absolutbelopp: $\sqrt{98}$

105. Argument: $38,1^\circ$ (0,666 radianer)

Absolutbelopp: 2,72

106. Argument: 217° (3,79 radianer)

Absolutbelopp: 5

107. $-\sqrt{2} + i\sqrt{2}$

108. $\bar{z} = 1 - 3i$, $\arg z = 71,6^\circ$, $|z| = \sqrt{10}$

109. A: 45° eller $\pi/4$

B: $-2i$

C: $\sqrt{3} - 3i$

D: $\sqrt{12}$

110. A: 2

B: $\sqrt{3} - i$

C: $-5i$

D: 45° eller $\pi/4$

111. A: 270° eller $3\pi/2$

B: 2

C: 315°

D: $\sqrt{2} + i\sqrt{2}$

112. A: $-6i$

B: 270° eller $3\pi/2$

C: $|z|$

D: $\sqrt{2}$

113. $\arg z = 36,9^\circ$

114. $z = 8(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$

115. $10(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)$

116. $\sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2} \right)$

117. $(2 + \sqrt{2}) \cdot (\cos \pi + i \sin \pi)$

118. $-\frac{\pi}{2}$

119. $\sqrt{12}(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$

120. $2\sqrt{2}(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$

121. $\frac{1}{2}(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$

122. $2\sqrt{5}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$

123. $z = 4(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$

124. $z = \sqrt{3}(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)$

125. $z = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$

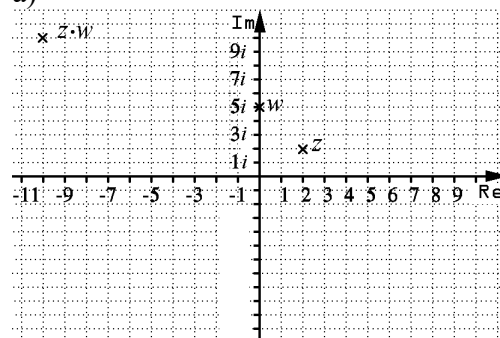
126. $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

127. $z = 8(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

128. $z = 10(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$

Argumentet kan ges som $2\pi/3$

129. a)



b)

$$z = \sqrt{8} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$w = 5 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

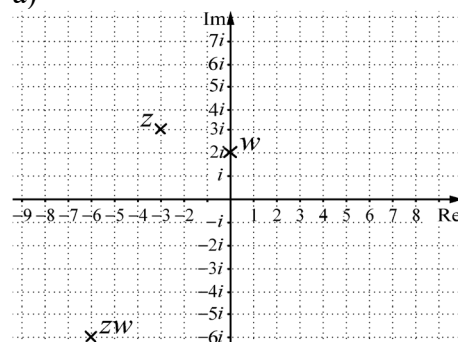
(kan även ges i grader)

c) $\arg \frac{w}{z} = \frac{\pi}{4}$

d) $|z \cdot w| = 10\sqrt{2}$

e) $1 - w \cdot \bar{z} = -9 - 10i$

130. a)



b) $z = \sqrt{18} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

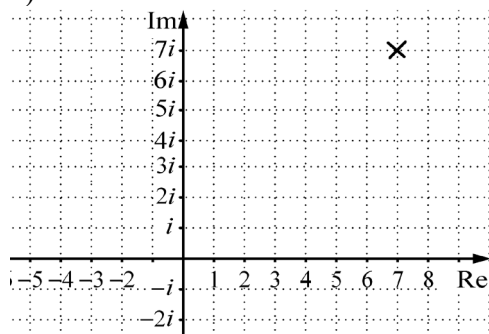
$$w = 2 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

c) $\pi/4$

d) $6\sqrt{2}$

e) $6i$

131. a)



b) $z = 2(\cos \pi + i \sin \pi)$

$$w = \sqrt{32} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$$

c) $7\pi/4$ d) $\sqrt{8}$

e) 16

132. $z = 2 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)$

133. $z = 4(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)$

134. $z = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$

135. $6(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$

136. 16i

137. $\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$

138. a) $12(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$

b) $-6 + 6\sqrt{3} \cdot i$

139. $z_1 \cdot z_2 = 2\sqrt{2}(\cos 105^\circ + i \sin 105^\circ)$

140. $4(\cos \pi + i \sin \pi)$

141. a) $z_1 = 10(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

b) $z_2 = 8(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$

c) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{-5i}{4}$

142. a) $16(\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ)$

b) $-8\sqrt{3} - 8i$

143. a) $12(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$

b) -12

144. $\frac{\pi}{3}$

145. 295°

146. $2v + 90^\circ$

147. $2(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$

148. a) $2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ b) $1 + i\sqrt{3}$

149. $\frac{1}{2}(\cos 300^\circ + i \sin 300^\circ)$

150. a) $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)$

b) $-0,5 + 0,5i$

151. a) $2(\cos \pi + i \sin \pi)$ b) -2

152. a) $\frac{2}{3}(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ)$ b) $\frac{2}{3}i$

153. a) $\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ$ b) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$

154. -32

155. 1

156. $-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}$

157. -1

158. a) Argument: 30° ($\pi/6$)

Absolutbelopp: 2

b) 180° (π)

159. a) Argument: 60° ($\pi/3$)

Absolutbelopp: 4

b) 300° ($5\pi/3$)

160. a) Argument: 60° ($\pi/3$)

Absolutbelopp: 1/2

b) 240° ($4\pi/3$)

161. $z = 0,5 + 0,5i$

162. $z = 2 - 4i$

163. $z = \frac{1}{26} + \frac{5}{26}i$

164. $a = -1, b = 2$

165. $a = \frac{1}{5}, b = \frac{3}{5}$

166. $a = 1,5, b = 2$

167. $z = 0,5 + 0,5i$

168. $z = -4 + 2i$

169. $z = 0,3 + 0,1i$

170. $z = 2 - i$

171. $z = 1,25 + 5i$

172. $z = \frac{1}{3} - i$

173. $z = 8 + 16i$

174. $z = \frac{2}{3} + i$

175. $z = -5 - 2i$

176. $z = 4 - i$

177. $z = -12,5 - 0,5i$

178. ---

179. $z = 1 \pm \frac{3}{2}i$

180. $z = 4 \pm 3i$

181. $z = \frac{1}{5} \pm \frac{7}{5}i$

182. $z = 1 \pm 2i$

183. $z = 2 \pm 11i$

184. $z = 8 \pm 0,5i$

185. $z = 1,5 \pm 0,5i$

186. $z = 2 \pm 6i$

187. $z = -0,5 \pm 7,5i$

188. a) $z = 1 \pm 2i$

b) $z = 3 \pm 4i$