

Derivera

3149 a) $y = 4 + \ln x$

c) $y = \ln 4x$

a

b) $y = 4 \ln x$

d) $y = \ln x^4$

3150 a) $y = 10e^{x/5}$

c) $y = 3000 \cdot 1,12^x$

b) $y = 5^x$

d) $y = 10^{2x}$

3151 a) $y = (\ln x)^2$

c) $y = 2^{-x}$

b) $y = \ln x^2$

d) $y = (2^x)^2$

3152 a) $y = (5x + 1)^{-1}$

c) $y = \frac{1}{\sin x}$

b) $y = \frac{2}{e^x}$

d) $y = \frac{1}{(e^{2x} + 1)^2}$

3153 a) $y = e^{2x} \cdot \ln x$

b) $y = e^3 \cdot \ln x$

3154 Hassan säger att $\ln 5x$ och $\ln 8,5x$ har samma derivata. Har han rätt? Motivera.

3155 Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = \ln x$ i den punkt där $x = 1$. Rita kurvan och tangenten.

3156 Låt $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ och bestäm $f'(e)$.

3157 På en internatskola sprider sig mässlingen. Antalet elever N som insjuknat följer funktionen

b

$$N(t) = \frac{250}{1 + 249 \cdot e^{-t}}$$

där t är antalet dygn efter det att den första eleven blivit sjuk. Beräkna och tolka

a) $N'(7)$

b) $N''(7)$.

3158 Derivera

a) $y = \tan 2x$

c) $y = \ln(\cos x)$

b) $y = \tan^2 x$

d) $y = \ln(\ln x)$

3159 Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $y = \frac{\ln x}{x^2}$ i punkten $(1, 0)$. Rita grafen.

3160 Beräkna med tre decimaler det värde på x för vilket derivatan till funktionen $y = x^3 \cdot \ln x$ antar värdet 0.

3161 Derivera vi $y^2 = x$ med avseende på x får vi $2y \cdot y' = 1$. Visa hur vi kan utnyttja detta för att härleda derivatan till $y = \sqrt{x}$, $x > 0$ genom att göra omskrivningen $y^2 = x$ och sedan derivera båda leden.

3162 Härled derivatan till $y = a^x$, $a > 0$, genom att

a) gå över till basen e och derivera.

b) logaritmera båda leden och sedan derivera.

3163 Studera härledningen av derivatan till $\ln x$. Vad är derivatan av $y = \lg x$? Motivera.

3164 Om $y = \tan x$ så är

$$y^2 = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$$

a) Visa denna identitet.

b) Derivera identiteten och härled derivatan av $y = \tan x$.

3165 Undersök med derivata om $x \cdot \ln x > -0,3675$ för alla positiva x .

3166 Bestäm exakt koordinaterna för maxipunkten på kurvan $y = x^{1/x}$. Rita grafen.

