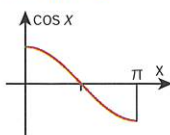


c) *Förklaring:*



Om $\cos x = k$ och $\cos^{-1} k = x$ så måste $\cos x$ begränsas till ett intervall där varje tilläget k bara ger ett x . Vi har valt $0 \leq x \leq \pi$. För $x > \pi$ återfår vi det x i detta intervall för vilket $\cos x = \cos 4$.

2223 a) 2,9 m 9,5 m²

b) 9,3 m 30,2 m²

c) 18,7 m 60,6 m²

d) 19,6 m 63,8 m²

2224 a) 1,5°

b) 68°

2225 2,3 längdenheter

Ledtråd:

Om radien är 1 så är bågen lika med vinkeln i radianer.

2226 30,5 cm (30,47...)

Ledtråd:

$$v = \frac{360^\circ}{6}, \quad O = 2r + b$$

2227 2,7 cm (2,72...)

2228 $3 \cdot 10^3$ km

Ledtråd:

För en så liten vinkel är diametern $\approx$ cirkelbågen.

2229 *Förklaring:*

Bågen är 2a cm. Definitionen ger att bågen är a cm om medelpunktsvinkeln är 1 radian. Fördubblas vinkeln så fördubblas bågen.

2230 a) 6150 km (6148,11...)

b) 69,4°

2231 a) $\frac{15\pi}{8}$ rad $\approx 5,9$ rad

b) $r = 15$ cm: $v = 2000$ rad/min

$r = 16$ cm: $v = 1875$ rad/min

Ledtråd:

Bestäm hur många varv hjulen roterar per minut, 1 varv = 2π rad.

2232 $A = \frac{r^2}{2} (v - \sin v)$

Ledtråd:

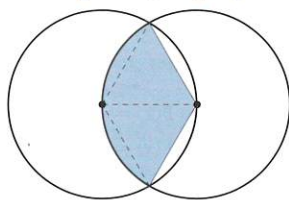
Använd areatasen.

2233 $\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ m}^2$

Ledtråd:

Beräkna båda cirkelnas area minus gemensam area.

Den gemensamma arean kan delas upp t ex i en cirkelsektor (se färgad area i figur) och två cirkelsegment (ofärgade).



2303 a) $f'(x) = 2 \cos x$

b) $f'(x) = -3 \sin x$

c) $f'(x) = 5 \sin x$

d) $f'(x) = -9 \cos x$

2304 a) $f'(x) = -2 \sin x + 5 \cos x = 5 \cos x - 2 \sin x$

b) $f'(x) = 2 \sin x + 1,3 \cos x$

c) $f'(x) = 3 - 0,2 \cos x$

d) $f'(x) = \frac{1}{3} + \frac{\sin x}{3}$

Ledtråd:

$$f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\cos x$$

2305 Vi måste använda vinkel-enheten radianer.

2306 a) $f'(0) = -2$

Ledtråd:

Bestäm först

$$f'(x) = 2x - 2 \cos x$$

Beräkna sedan

$$f'(0) = 2 \cdot 0 - 2 \cos 0$$

b) $h'(\pi) = -0,7$

c) $s'(1,2) \approx -1,7$

2307 a) 1

Ledtråd:

Derivatans värde då $x = 0$.

b) $y = x$

Ledtråd:

$$y = kx + m$$

$k = 1$ och $(0, 0)$ ger $m = 0$.

2308 $y = -x + \frac{\pi}{2}$

2309 a) $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$

Ledtråd:

Kurvan $y = \sin x$ avtar i detta intervall.

b) *Motivering:*

Derivatans värde är negativt, dvs under x-axeln, i intervallet.

2310 $x = \frac{\pi}{2} + n \cdot \pi$

Tolkning:

För dessa x-värden har tangenten lutningen 0, dvs funktionen har lokala max- eller min-värden.

2311 1,5

Motivering:

$$f'(x) = 1,5 \cos x$$

har största värdet 1,5.

2312 $A = 5, B = 4$

2313 $\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{5\sqrt{2}}{12}$

2314 $x \approx 0,30 + n \cdot 2\pi$ eller

$$x \approx 2,84 + n \cdot 2\pi$$

Ledtråd:

Extrempunkter har $y' = 0$.

2315 a) $\sin 0,11 \approx 0,11$

b) Nej.

Motivering:

$$\sin 0,11^\circ \approx 0,0019$$

2316 $T \text{ ex } y = 0,5x + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$

$$y = 0,5x - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{5\pi}{6}$$

2317 a) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cosh h - 1}{h} = 0$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sinh h}{h} = 0,01745 \dots$$

b) $y' \approx 0,01745 \cos x$

2318 $y' = -\sin x$

Ledtråd:

Ställ upp differenskvoten och använd additionssatsen för cosinus.

2319 $\cos x$

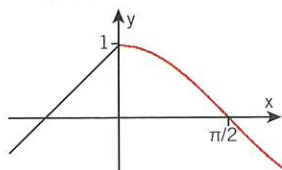
Kommentar:

Denna differenskvot är symmetrisk runt punkten $(x, \sin x)$ och ger samma resultat som

$$\frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h}$$

2320 a) Ja, $\alpha = 1$

b) Nej, $f'(x) = 1$ för $x < 0$ och $f'(0) = 0$.



2322 a) Yttre funktion: $y = \sin u$

Inre funktion: $u = 2x$

$y' = \cos 2x \cdot 2 = 2 \cos 2x$

b) Yttre funktion: $y = 2 \cos u$

Inre funktion: $u = 0,5x - 1$

$y' = -2 \sin(0,5x - 1) \cdot 0,5 = -\sin(0,5x - 1)$

c) Yttre funktion: $y = u^5$

Inre funktion: $u = x^3 + 4$

$y' = 5(x^3 + 4)^4 \cdot 3x^2 = 15x^2 \cdot (x^3 + 4)^4$

d) Yttre funktion: $y = u^2$

Inre funktion: $u = \cos x$

$y' = 2 \cos x \cdot (-\sin x) = -2 \cos x \cdot \sin x$

2323 a) $y' = 9 \cos 9x$

b) $y' = -0,3 \sin 0,3x$

2324 a) $y' = 5 \cos \frac{x}{3}$

Ledtråd:

Inre derivata är $\frac{1}{3}$

b) $y' = -6\pi \sin 2\pi x$

2325 a) $y' = 10 \cos(5x + 1)$

b) $y' = -2\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}x - 3\right)$

2326 a) $y' = 2 \sin x \cdot \cos x$

b) $y' = -3 \cos^2 x \cdot \sin x$

2327 $k = 2$

2328 $y = \cos kx$ ger $y' = -k \sin kx$

2329 A (produkt av funktioner)

D (kvot av funktioner)

2330 a) $y' = -4 \sin x (1 + \cos x)^3$

b) $y' = 3x^2 \cos(1 + x^3)$

2331 a) $y' = 8 \cos(2x - 1) \cdot \sin^3(2x - 1)$

Ledtråd:

$y = (\sin(2x - 1))^4$

Inre derivatan är

$2 \cos(2x - 1)$.

b) $y' = -\cos(\cos x) \cdot \sin x$

2332 a) $y' = n(1 + \sin ax)^{n-1} \cdot a \cos ax = na \cos ax (1 + \sin ax)^{n-1}$

b) $y' = Ab \cos(bx + c)$

2333 $y = -2x + \frac{3\pi}{2} - 3$

Ledtråd:

$k = -2$

$x = \frac{3\pi}{4}$ ger $y = -3$

2334 a) T ex $F(x) = -0,5 \cos 2x$

b) T ex $F(x) = 2 \sin 0,5x$

2335 $\frac{dy}{dx} = \frac{\pi}{180} \cos x \approx 0,01745 \cos x$

Tolkning:

Med vinkelenheten grader har $\sin x$ derivatan

$\frac{\pi}{180} \cos x \approx 0,01745 \cos x$

2336 $F'(\pi) = 0$

Ledtråd:

$F'(\pi) = f'(g(\pi)) \cdot g'(\pi) =$

$= f'(\cos \pi) \cdot (-\sin \pi) =$

$= f'(-1) \cdot (-\sin \pi)$

2337 *Ledtråd:*

$y' = 2k \sin kx \cdot \cos kx = k \sin 2kx$

2402 a) 0,70 A

b) 0,02 s

Ledtråd:

Period, $T = \frac{2\pi}{100\pi}$

2403 a) Högsta = 120 mmHg

Lägsta = 80 mmHg

b) Amplitud = 20

Period = 1,2 s ($2\pi/5,2$)

c) $y(3) \approx 102$,

$y'(3) \approx -103$

Tolkning:

Vid tiden 3 s är blodtrycket 102 mmHg och minskar med hastigheten 103 mmHg/s.

Kommentar:

Blodtrycket varierar med hjärtas slag varför förändringshastigheten blir hög.

2404 Vi vill ofta bestämma förändringshastigheter och radianer ger en enklare derivata.

2405 T ex $y = 4 \sin x + 1$

2406 a) 0,3 °C (0,25)

b) Lägst: kl 06.00 (-4 °C)

Högst: kl 18.00 (13 °C)

c) $y'(16) \approx 1,1$

Ledtråd:

$y' = -8,5 \cos\left(\frac{\pi t}{12}\right) \cdot \frac{\pi}{12} =$

$= -\frac{17\pi}{24} \cos\left(\frac{\pi t}{12}\right)$

d) Kl 16.00 stiger temperaturen med hastigheten 1,1 °C/h.

2407 1,142

Motivering:

$y' = 1,142 \sin 0,571x$

har största värdet 1,142

eftersom $\sin 0,571x \leq 1$

2408 Sant.

Motivering:

Perioden $\frac{2\pi}{k}$ är mindre än 2 om $k > \pi$.

2409 a) $y = 20 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 40$

Ledtråd:

Amplituden = 20,

Perioden = 4 år,

Mittlinjen $y = 40$.

b) 20 st

2410

