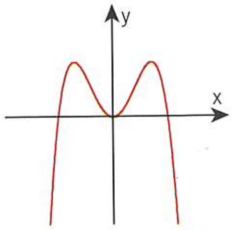
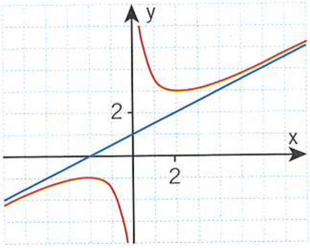
b) För stora $|x|$ dominerar $-x^4$
För små $|x|$ dominerar $4x^2$



3239



Lokalt max: $(-2, -1)$
Lokalt min: $(2, 3)$

Asymptoter: y-axeln och $y = 0{,}5x + 1$

3240 a) Extrempunkter saknas eftersom derivatan saknar nollställen.
Asymptoter: x- och y-axeln

b) Lokalt max: $(0{,}5; -4)$
Asymptoter: x- och y-axeln, $x = 1$

3241 a) y-axeln och $y = -x$

b) $y = \dfrac{1}{x} - x$

3242 Nej, Johan har fel.
Motivering:
$y = \sin x + x$ har $y = x$ som ”mittlinje”, dvs grafen varierar kring denna men närmar sig inte mer och mer när x ökar.

3243 $y = \tan^{-1} x$ har asymptoterna $y = \pi/2$ och $y = -\pi/2$
Motivering:
När x ökar närmar sig $\tan^{-1} x$ värdet $\pi/2$ eftersom $\tan x$ ökar obegränsat när x närmar sig $\pi/2$. På motsvarande sätt närmar sig $\tan^{-1} x$ värdet $-\pi/2$ när $x \to -\infty$.

3244 a) T ex $y = e^{-x} + 2$ eller $y = 2 + 1/x$

b) T ex $y = \dfrac{1}{(x-1)(x-3)} + x$

3245 Grafen har lokalt max: $(0, 1/4)$ och asymptoter $x = \pm 2$ och $y = 1$.
Ledtråd:
$y'(0) = 0, y''(0) < 0$
Undersök för vilka x uttrycket inte är definierat samt vilket värde y närmar sig när $|x|$ blir stort.

3302 a) *Lösning:*
$y = 5 \cdot e^{2x}$ ger $y' = 10 \cdot e^{2x}$
$VL = y' - 2y =$
$= 10 \cdot e^{2x} - 2 \cdot 5 \cdot e^{2x} = 0 = HL$

b) *Lösning:*
$y = 4\cos x,\ y' = -4\sin x,$
$y'' = -4\cos x$
$VL = y'' + y =$
$= -4\cos x + 4\cos x = 0$
$= HL$

3303 T ex $y'' + y' + y = 0$

3304 a) *Lösning:*
$VL = \dfrac{dy}{dx} = A \cdot k \cdot e^{kx}$
$HL = ky = k \cdot A \cdot e^{kx} = VL$

b) $y(0) = A \cdot e^{k \cdot 0} = A$

3305 Nej.
Motivering:
$y = x \cdot e^x,\ y' = x \cdot e^x + e^x$
$VL =$
$y' - y = x \cdot e^x + e^x - x \cdot e^x = e^x$
$HL = xy = x \cdot x \cdot e^x = x^2 \cdot e^x$
$VL \neq HL$

3306 $A = 12,\ k = -0{,}03$

3307 $k = 3$
Lösning:
$y = \cos kx$ där $k > 0$
$y' = -k \sin kx$
$y'' = -k^2 \cos kx$
$y'' + 9y = 0$ ger
$-k^2 \cos kx + 9 \cos kx = 0$
$\cos kx\,(9 - k^2) = 0$
$9 - k^2 = 0$
$k^2 = 9$
$k = 3,\ k > 0$

3308 $r = 2$ eller $r = -3$
Ledtråd:
$y = e^{rx}$ är en lösning om $r^2 + r - 6 = 0$

3309 a) –

b) $A = 0,\ B = 20$

c) $A = 1,\ B = -3$

3310 *Ledtråd:*
$y' = \dfrac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$

3311 a) T ex $y = e^{0{,}1x}$ och $y = 10e^{0{,}1x}$

b) *Kommentar:*
$y = C_1 e^{0{,}1x} + C_2 e^{0{,}1x}$ är en lösning för alla värden på C_1 och C_2.

3314 a) *Lösning:*
$y = 150 \cdot e^{-0{,}20t}$ ger
$y(0) = 150 \cdot e^{-0{,}20 \cdot 0} = 150$

b) *Lösning:*
$VL =$
$= \dfrac{dy}{dt} = 150 \cdot (-0{,}20) \cdot e^{-0{,}20t}$
$HL = -0{,}20y =$
$= (-0{,}20) \cdot 150 \cdot e^{-0{,}20t} =$
$= VL$

3315 a) År 2010 var folkmängden 45 miljoner.

b) Folkmängden ökar med en hastighet som är 1,2 % av folkmängden.

3316 a) $k = 0{,}15$

b) Ca 33 000 st
Ledtråd:
Beräkna $y(8)$.

3317 a) –

b) $C = 44\,000$

3318 a) $y' = -0{,}20y$

b) $y' = ky,\ k > 0$

c) $y' = k(20 - y),\ k > 0$

3319 *Lösning:*
$s = v_0 t + at^2/2$
$s' = v_0 + at$
$s'' = a$

3320 a) $A = -4$

b) Lövmängden närmar sig $4\ g/cm^2$.

3321 a) –

b) Begynnelsevärdet, dvs mängden föroreningar vid $t = 0$.

c) Den tid det tar innan mängden föroreningar är en tiondel av begynnelsevärdet.