1233 *Lösning*:

$$\text{VL} = \frac{\tan^2 x}{1-\cos x} =$$
$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x\,(1-\cos x)} =$$
$$= \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x\,(1-\cos x)} =$$
$$= \frac{1+\cos x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\cos^2 x} =$$
$$= \text{HL}$$

1234 *Lösning*:

$$\text{VL} = \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} =$$
$$= \frac{1-\cos x}{\sin x} =$$
$$= \frac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{\sin x(1+\cos x)} =$$
$$= \frac{1-\cos^2 x}{\sin x(1+\cos x)} =$$
$$= \frac{\sin^2 x}{\sin x(1+\cos x)} =$$
$$= \frac{\sin x}{1+\cos x} = \text{HL}$$

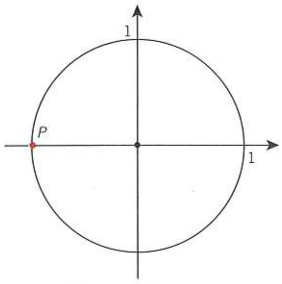
1235 *Ledtråd*:
Skriv först om VL så att nämnarna blir lika, $(1-\sin v)(1+\sin v)$.

1236 *Lösning*:

$$\text{VL} = \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x} =$$
$$= \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{\sin^3 x} =$$
$$= \frac{\frac{1}{\cos x} - 1}{\sin^2 x} = \frac{\frac{1-\cos x}{\cos x}}{(1-\cos^2 x)} =$$
$$= \frac{1-\cos x}{\cos x\,(1-\cos^2 x)} =$$
$$= \frac{1}{\cos x\,(1+\cos x)} =$$
$$= \frac{1}{\cos x + \cos^2 x} = \text{HL}$$

1239 a) $A = \sin x,\ B = \sin 25°$
b) $A = \cos y,\ B = \sin 35°$

1240 a)



y-koordinaten för P är $\sin 180° = 0$.

b) *Lösning*:
$\sin(90° + 90°) =$
$= \sin 90° \cdot \cos 90° +$
$+ \cos 90° \cdot \sin 90° =$
$= 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 = 0$

1241 a) $1{,}96 \sin x$
Lösning:
$\sin x \cdot \cos 12° + \sin x \cdot \cos 12° =$
$2 \cdot \cos 12° \cdot \sin x \approx 1{,}96 \sin x$
b) $0{,}81 \cos x$

1242 a) $2 \sin 50° \cos x \approx 1{,}53 \cos x$
b) $2 \sin 43° \cos x \approx 1{,}36 \cos x$
c) $2 \cos 79° \cos x \approx 0{,}38 \cos x$

1243 a) $2 \sin u \cdot \cos v$
b) $2 \cos u \cdot \sin v$
c) $2 \cos u \cdot \cos v$
d) $-2 \sin u \cdot \sin v$

1244 *Lösning:*
$\text{VL} =$
$= \cos(60° + x) + \cos(60° - x) =$
$= \cos 60° \cdot \cos x - \sin 60° \cdot \sin x +$
$+ \cos 60° \cdot \cos x +$
$+ \sin 60° \cdot \sin x =$
$= 2\cos 60° \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos x =$
$= \cos x = \text{HL}$

1245 a) *Lösning*:
$\text{VL} = \cos(270° - v) =$
$= \cos 270° \cos v + \sin 270°$
$\sin v =$
$= 0 \cdot \cos v + (-1) \cdot \sin v =$
$= -\sin v = \text{HL}$

b) *Lösning*:
$\text{VL} = \sin(360° - x) =$
$= \sin 360° \cos x - \cos 360° \sin x =$
$= 0 \cdot \cos x - 1 \cdot \sin x = -\sin x =$
$= \text{HL}$

1246 *Ledtråd*: Sätt $u = 0°$.

1247 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ eller $\frac{1}{\sqrt{2}}$

1248 a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{4}$

1249 $\cos(x - x) = 1$
Förklaring:
$\cos(x - x) = \cos 0° = 1$

1250 $-\frac{16}{65}$
Ledtråd:
Beräkna $\cos A$ och $\cos B$ med hjälp av trigonometriska ettan.

1251 *Lösning*:
$\cos(u + v) = \cos(u - (-v)) =$
$= \cos u \cdot \cos(-v) + \sin u \cdot \sin(-v) =$
$= \cos u \cdot \cos v - \sin u \cdot \sin v$

1252 —

1253 a) *Lösning*:
Vi använder sambanden
$\cos(90° - x) = \sin x$
$\sin(90° - x) = \cos x$

$\cos((90° - u) - v) =$
$= \cos(90° - u) \cdot \cos v +$
$+ \sin(90° - u) \cdot \sin v$
$\text{VL} = \cos(90° - (u + v)) =$
$= \sin(u + v)$
$\text{HL} = \sin u \cdot \cos v + \cos u \cdot \sin v$

b) *Ledtråd*:
Byt ut v mot $-v$

1255 a) 0,96 c) 0,75
b) 0,28 d) 3,43
Ledtråd:
$\tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x}$

1256 a) $\sin v = \pm\sqrt{0{,}75} = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin 2v = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

Kommentar:
Samma svar i a) och b) eftersom $\cos v = 0{,}5$ ger specialfallet att $\sin 2v = \sin v$

1257 a) $\frac{\sqrt{8}}{3} \approx 0{,}94$

b) $-\frac{2\sqrt{8}}{9} \approx -0{,}63$

1258 a) $-0{,}5$
Ledtråd:
$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

b) $\frac{1}{9}$

1259 Nej.
Motivering:
Det räcker med ett motbevis t ex $2 \cdot \sin 30° \neq \sin 60°$

1260 a) $-\frac{41}{841}$ b) $\frac{840}{841}$

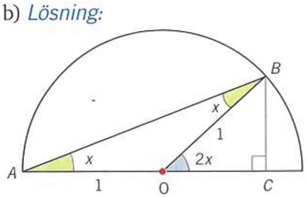
1261 Formlerna för dubbla vinkeln kan härledas från additionsformlerna genom att använda

$\sin 2v = \sin(v + v)$
och
$\cos 2v = \cos(v + v)$

1262 a) *Lösning:*

$$\text{HL} = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{2\sin x \cos x}{1 + 2\cos^2 x - 1} = \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x = \text{VL}$$

b) *Lösning:*



$\angle BOC = 2x$ (yttervinkel)
$BC = \sin 2x$, $OC = \cos 2x$

$$\tan x = \frac{BC}{1 + OC} = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$$

1263 *Lösning:*

$$\text{VL} = \frac{\sin 2x}{\sin x} - \frac{\cos 2x}{\cos x} = $$
$$= \frac{2\sin x \cos x}{\sin x} - \frac{2\cos^2 x - 1}{\cos x} = $$
$$= \frac{2\cos^2 x - (2\cos^2 x - 1)}{\cos x} = $$
$$= \frac{1}{\cos x} = \text{HL}$$

1264 $3\sin x - 4\sin^3 x$
Ledtråd:
$\sin 3x = \sin(2x + x)$

1265 *Ledtråd:*
Visa att VL kan skrivas om till HL. Använd formlerna för dubbla vinkeln upprepade gånger. OBS! $4x$ är dubbla vinkeln till $2x$.

1266 a) *Lösning:*

$$\text{HL} = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = $$
$$= \frac{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = $$
$$= \frac{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}} = $$
$$= \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = $$
$$= \cos 2x = \text{VL}$$

b) c) *Ledtråd:*
Visa att HL kan skrivas om till VL på liknande sätt som i a).

1303 a) $\Rightarrow$
Motivering:
$x > 0$ medför att $x^2 > 0$.
Omvändningen gäller inte eftersom $x^2 > 0$ också kan medföra att $x < 0$
t ex $9 = (-3)^2$

b) $\Leftrightarrow$
Motivering:
n är udda $\Rightarrow n = 2k + 1$ och
$n = 2k + 1 \Rightarrow n$ är udda.

c) $\Rightarrow$
Motivering:
$y = x + 2$ medför $y' = 1$.
Omvändningen gäller inte.
Det finns flera funktioner vars derivata är 1.
T ex $y = x + 1$.

d) $\Leftrightarrow$
Motivering:
$\lg x = 2 \Rightarrow x = 100$ och
$x = 100 \Rightarrow \lg x = 2$

1304 a) $3x + 7 = x + 1 \Rightarrow$
$2x = -6 \Rightarrow x = -3$

b) $x = -3 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow$
$3x = x - 6 \Rightarrow 3x + 7 = x + 1$

c) Ja.
$3x + 7 = x + 1 \Leftrightarrow x = -3$

1305 a) Ett jämnt tal: $2n$ (n heltal)
Ett udda tal: $2k + 1$ (k heltal)

Summan av ett udda och ett jämnt tal är ett udda tal

Bevis:

$2n + 2k + 1 = 2(n + k) + 1 =$
$= 2m + 1$
(m är ett heltal eftersom n och k är heltal)

Summan är ett udda tal.
V.S.B.

b) *Ledtråd:*
Utveckla produkten $(2n + 1)(2k + 1)$ och motivera varför den är ett udda tal.

1306 a) Påståendet är sant.
Bevis:
$n + (n + 1) + (n + 2) =$
$= 3n + 3 = 3(n + 1)$
$3(n + 1)$ är delbart med 3.

b) Påståendet är falskt.
Motbevis:
$2 + 3 + 4 = 9$
9 är inte delbart med 6.

1307 Sant.
Motivering:
Symbolerna betyder
"P medför Q som medför R".
"P medför alltså R".