5223 Låt $z = a + bi$ och $w = c + di$

$zw = (ac - bd) + (ad + bc)i$

$|zw| = \sqrt{(ac - bd)^2 + (ad + bc)^2} =$

$= \sqrt{a^2c^2 - 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 +}$
$\overline{+ 2abcd + b^2c^2} =$

$= \sqrt{a^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 + b^2c^2}$

$|z||w| = \sqrt{a^2 + b^2}\sqrt{c^2 + d^2} =$

$= \sqrt{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} =$

$= \sqrt{a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2}$

$|zw| = |z||w|$ v.s.v.

5224 a) 2
b) 70°
c) $16(\cos 120° + i \sin 120°)$
d) $4(\cos 20° + i \sin 20°)$

5225 a) $5\left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \sin \frac{7\pi}{12}\right)$
b) $20\left(\cos \frac{11\pi}{12} + i \sin \frac{11\pi}{12}\right)$

5226 T.ex. $z = 3(\cos 30° + i \sin 30°)$ och $w = 5(\cos 50° + i \sin 50°)$

5227 a) Absolutbeloppet fördubblas, argumentet påverkas inte.
b) Absolutbeloppet ändras inte, argumentet ökar med $\frac{\pi}{2}$.
c) Absolutbeloppet fördubblas, argumentet ökar med $\frac{3\pi}{2}$ $\left(\text{alt. minskar med } \frac{\pi}{2}\right)$

5228 $z = 24(\cos 105° + i \sin 105°)$ och $w = \cos 5° + i \sin 5°$

5229 a) $10\left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}\right)$
b) $\frac{2}{5}\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$
c) $\frac{5}{2}\left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}\right)$

5230 Klara har sannolikt rätt. Om man multiplicerar två tal i polär form så blir det "samma vinkel" efter "sin" och "cos". Men det finns ett komplext tal som kan uttryckas som z, så det är inte helt säkert att Lotta har gjort fel.

5231 a) $z = 9(\cos 150° + i \sin 150°)$
b) $z = -\frac{1}{3}$

5232 a) $zw = a(\cos \alpha + i \sin \alpha) \cdot$
$b(\cos \beta + i \sin \beta) =$
$= ab((\cos \alpha \cos \beta -$
$- \sin \alpha \sin \beta) +$
$+ i(\cos \alpha \sin \beta +$
$+ \sin \alpha \cos \beta)) =$
$= ab(\cos(\alpha + \beta) +$
$+ i \sin(\alpha + \beta))$ v.s.v.
b) $(z/w) = a(\cos \alpha +$
$+ i \sin \alpha)/b(\cos \beta + i \sin \beta) =$
$= (a/b)((\cos \alpha + i \sin \alpha)$
$(\cos \beta - i \sin \beta))/((\cos \beta +$
$+ i \sin \beta)(\cos \beta - i \sin \beta)) =$
$= (a/b)((\cos \alpha \cos \beta +$
$+ \sin \alpha \sin \beta) + i(\sin \alpha \cos \beta -$
$- \cos \alpha \sin \beta))/(\cos^2 \beta +$
$+ \sin^2 \beta) = (a/b)((\cos(\alpha - \beta)$
$+ i(\sin(\alpha - \beta))/1$ v.s.v.

5233 a) $z = 8\left(\cos \frac{6\pi}{7} + i \sin \frac{6\pi}{7}\right)$
b) $z = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$

5234 a) $z = 1$
b) $z = -i$

5235 a) $9\left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$
b) $243\left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}\right)$
c) $3^n\left(\cos \frac{n\pi}{3} + i \sin \frac{n\pi}{3}\right)$

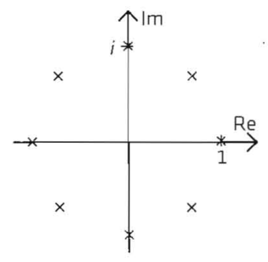
5236 a) $z = 4\left(\cos \frac{6\pi}{5} - i \sin \frac{6\pi}{5}\right)$
b) $z = 16\left(\cos \frac{2\pi}{5} - i \sin \frac{2\pi}{5}\right)$
c) $z = 96(\cos \pi + i \sin \pi)$

5237 a) $z = -262\ 144$
b) $z = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$

5238 32 respektive $\frac{5\pi}{6}$

5239 a) $z = 2(\cos 330° + i \sin 330°)$
b) $z = 2\ 048(\cos 30° + i \sin 30°)$

5240 a)



b) En regelbunden oktogon (åttahörning).

5241 -2^{50}

5242 T.ex. $z = 2(\cos 45° + i \sin 45°)$

5243 $(r(\cos v + i \sin v))^n =$
$= r^n(\cos v + i \sin v)^n =$
Enligt potenslagarna
$= r^n(\cos nv + i \sin nv)$ v.s.v.
Enligt de Moivres formel

5244 a) Produkten av två komplexa tal i på polär form beräknas genom att man multiplicerar absolutbeloppen och adderar argumenten. En potens kan ses som en upprepad multiplikation, om exponenten är ett positivt heltal. Därför kan $(\cos v + i \sin v)^n$ ses som att basen skrivs som en produkt med n faktorer. Via upprepad multiplikation kommer då argumentet att multipliceras med n. Absolutbeloppet av basen är 1 och ändras därför inte oberoende av exponenten.
b) de Moivres formel

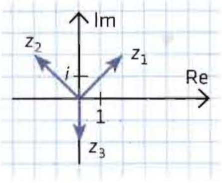
5245 $m = 3n$, för $n = 0, 1, 2, \ldots$

5246 a) $m = 13$
b) $m = 1 + 12n$, för $n = 0, 1, 2, \ldots$

5247 a) $\cos 90° + i \sin 90°$
b) 15°, 75°, 135°, 195°, 255° och 315°

5248 a) $z_1 = 5(\cos 40° + i \sin 40°)$
$z_2 = 5(\cos 160° + i \sin 160°)$
$z_3 = 5(\cos 280° + i \sin 280°)$
b) $z_1 = 3(\cos 7° + i \sin 7°)$
$z_2 = 3(\cos 97° + i \sin 97°)$
$z_3 = 3(\cos 187° + i \sin 187°)$
$z_4 = 3(\cos 277° + i \sin 277°)$

5249 a) $z_1 = 2(\cos 30° + i \sin 30°)$
$z_2 = 2(\cos 150° + i \sin 150°)$
$z_3 = 2(\cos 270° + i \sin 270°)$
b)



5250 a) $z_1 = 3(\cos 0° + i \sin 0°)$
$z_2 = 3(\cos 120° + i \sin 120°)$
$z_3 = 3(\cos 240° + i \sin 240°)$
b) $n = 3$, $w = 27$