3202 **Bestäm med derivata koordinaterna för de lokala extrempunkterna till kurvan $y = (x^2 - 3)e^x$. Rita en enkel skiss av kurvan som kontroll.**

förstaderivatan

$y = (x^2 - 3) \cdot e^x$

$y' = 2xe^x + (x^2 - 3)e^x = (x^2 + 2x - 3)e^x$

$y' = 0$ ger $x^2 + 2x - 3 = 0$ eftersom $e^x > 0$ för alla x

$x = -1 \pm \sqrt{4}$

$x_1 = 1$ och $x_2 = -3$

andraderivatan

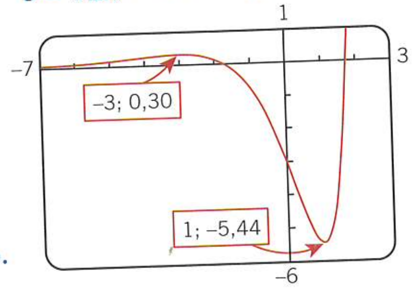
$y'' = (2x + 2)e^x + (x^2 + 2x - 3)e^x = (x^2 + 4x - 1)e^x$

$y''(1) = 4e > 0,$ dvs $x = 1$ ger $y_{min} = -2e \approx -5{,}44$

$y''(-3) = -4e^{-3} < 0,$ dvs $x = -3$ ger $y_{max} = 6e^{-3} \approx 0{,}30$

grafen

Grafen visar att de erhållna extrempunkterna är rimliga. Med olämplig skala kan maximipunkten vara svår att upptäcka grafiskt.



Svar: Maximipunkt $(-3,\ 6e^{-3})$ och minimipunkt $(1,\ -2e)$.

3203 $y = x^3 + 1{,}5x^2 - 6x + 4$

a) Lös ekvationen $y' = 0$.

b) Bestäm andraderivatans värde för de x-värden där $y' = 0$ och avgör om kurvan har maximi- eller minimipunkt för dessa x-koordinater.

c) Rita upp kurvan med grafräknaren och kontrollera ditt svar i b).

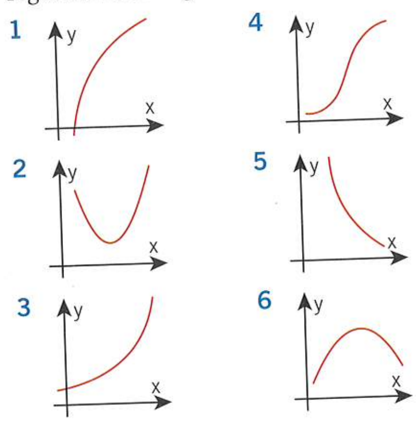
3204 $y = \sin 2x$

a) Visa att $x = \dfrac{\pi}{4}$ och $x = \dfrac{3\pi}{4}$ är lösningar till $y' = 0$.

b) Bestäm andraderivatans värde för x-värdena i a) och avgör om kurvan har maximi- eller minimipunkt för dessa x-koordinater.

c) Kontrollera ditt svar i b) grafiskt.

3205 Figuren visar några funktionskurvor.



Vilka funktioner har en

a) förstaderivata som är positiv för alla x

b) förstaderivata som är negativ för alla x

c) andraderivata som är negativ för alla x, dvs en förstaderivata som minskar i värde för alla x

d) andraderivata som är positiv för alla x?

3206 a) Skissa kurvan $y = x^3 - 3x$ med hjälp av derivata.

b) För vilka x-värden är $y = x^3 - 3x$ växande?

3207 Funktionen $y = \ln x - 0{,}5x^2$ har en extrempunkt för ett positivt x-värde. Bestäm koordinaterna för denna. Kontrollera grafiskt.

3208 Rita en enkel skiss av grafen till funktionen *b* f om följande tre villkor gäller:

1 Punkterna $(1, 5)$, $(2, 3)$ och $(3, 1)$ ligger på grafen.

2 $f'(1) = 0$ och $f'(3) = 0$.

3 $f'(x) > 0$ för $x < 1$,
$f'(x) < 0$ för $1 < x < 3$ och
$f'(x) > 0$ för $x > 3$

3209 Skissa kurvan $y = (2x - 1)\,e^{-x}$ med hjälp av derivata.

3210 När fiskar simmar uppströms i ett vattendrag anpassar de sin hastighet x m/s så att energiåtgången J/m blir så liten som möjligt. Om vattnet rinner med hastigheten 4,0 m/s beskrivs energiåtgången av funktionen

$$f(x) = \frac{kx^3}{x - 4}, \quad x > 4 \text{ och}$$

k är en positiv konstant.

a) Hur ändras energiåtgången om en fisk ökar hastigheten från 4,5 m/s till 5,0 m/s?

b) Vilken hastighet minimerar energiåtgången?

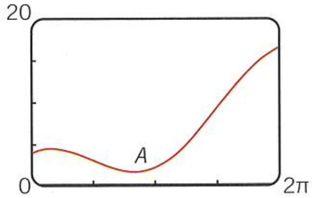
3211 Bestäm koordinaterna för extrempunkter till funktionen

$$y = \frac{2 - x}{x^3}$$

a) grafiskt med din räknare

b) med derivata.

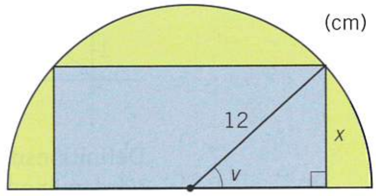
3212 Figuren visar grafen till $y = 4\cos x + 2x$ i intervallet $0 < x < 2\pi$. Bestäm exakt koordinaterna för minimipunkten A.



3213 Bestäm talet a så att funktionen

$$y = \frac{x^3 + a}{x} \text{ får ett lokalt min för } x = 2.$$

3214 *c* En rektangel är inskriven i en halvcirkel som figuren visar.

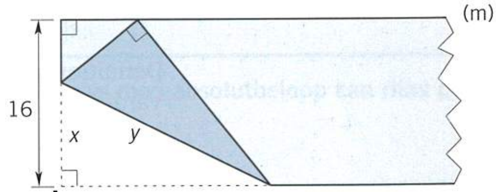


a) Uttryck rektangelns area som funktion av v.

b) Uttryck rektangelns area som funktion av x.

c) Bestäm areans största värde.

3215 Ett papper viks som figuren visar.



För vilket värde på x är den vikta kantens längd y så liten som möjligt?