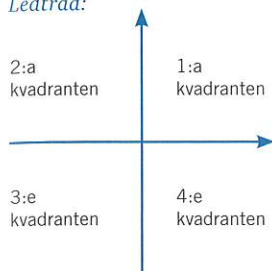


3 a) $\cos 90^\circ = -1$
Ledtråd:
 $90^\circ = 2 \cdot 360^\circ + 180^\circ$

b) $\sin(-270^\circ) = 1$

4 a) 1:a och 4:e eller 2:a och 3:e
Ledtråd:



b) 1:a och 3:e eller 2:a och 4:e

5 $\sin v \approx 0,92$ eller $\sin v \approx -0,92$
Ledtråd:
 Använd trigonometriska ettan.

6 a) $(-b, -a)$

b) **Ledtråd:**
 Utveckla HL med subtraktions-
 satsen för cosinus.

7 A1 – B6, A2 – B3, A3 – B4,
 A4 – B2, A5 – B1, A6 – B5

8 "Vi äter inte glass medför att det
 inte är soligt."
 eller
 "Om vi inte äter glass är det inte
 soligt."

9 **Lösning:**
 Antag att $x < 3$.
 Detta ger att
 $2x + 3 < 2 \cdot 3 + 3 = 9$
 Vilket ger en motsägelse
 eftersom $2x + 3 \geq 9$.
 Antagandet att $x < 3$ är
 felaktigt, dvs $x \geq 3$.
 V.S.B.

10 a) $x = \pm 60^\circ + n \cdot 360^\circ$

b) $x \approx -14^\circ + n \cdot 360^\circ$
 $x \approx 194^\circ + n \cdot 360^\circ$

c) $x = 23^\circ + n \cdot 360^\circ$
 $x = 157^\circ + n \cdot 360^\circ$

d) $x = n \cdot 180^\circ$

e) $x \approx 127^\circ + n \cdot 360^\circ$
 $x \approx -67^\circ + n \cdot 360^\circ$

f) Lösning saknas.

11 Nej.
Ledtråd:
 Lös ekvationen $\sin v = 0,1$
 fullständigt och undersök
 för $n = 1$ och 2.

12 a) $x = 30^\circ + n \cdot 360^\circ$
 $x = 150^\circ + n \cdot 360^\circ$
Ledtråd:
 Skriv om täljaren i vänsterledet
 med hjälp av formel för dubbla
 vinkeln och förkorta.

b) $x = \pm 90^\circ + n \cdot 360^\circ$
 $x \approx \pm 70,5^\circ + n \cdot 360^\circ$
Ledtråd:
 Bryt ut $\cos x$ och använd
 nollproduktmetoden.

13 Största värdet = 1 ($v = 90^\circ$)
 Minsta värdet $\approx 0,17$ ($v = 170^\circ$)

14 $180^\circ + n \cdot 360^\circ \leq v \leq 360^\circ + n \cdot 360^\circ$

Blandade övningar 1A

1 a) -1 b) 1

2 $x \approx 15^\circ, x \approx 165^\circ,$
 $x \approx 375^\circ, x \approx 525^\circ$

3 $x = n \cdot 360^\circ$

4 $0,12$
Motivering:
 $\sin^{-1}(0,12)$ ger vinkeln vars sinus-
 värde är $0,12$ och sinus för denna
 vinkel är $0,12$.

5 a) $x < 32$ b) $\sin x \neq 0,5$

6 a) $\neg P: x < 2 \quad \neg Q: 2x + 3 < 7$
 b) **Ledtråd:**
 Visa att $2x + 3 < 7$ ger att $x < 2$

7 $\sin x + \cos x$

8 b, c, a
Motivering:
 Se enhetscirkeln.
 $\cos 460^\circ = \cos 100^\circ < 0$
 $\sin 885^\circ = \sin 165^\circ = \sin 15^\circ < \sin 24^\circ$

9 **Ledtråd:**
 Sätt $u = v = A$

10 "Om minst en klarar provet blir
 minst en godkänd."

11 $\cos v = -\frac{\sqrt{7}}{3}$
Ledtråd:
 Använd trigonometriska ettan.
 $90^\circ < v < 180^\circ$ ger att $\cos v < 0$.

12 $\cos 2x = -\frac{7}{8}$
Ledtråd:
 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$

13 **Ledtråd:**
 Visa t ex att höger led kan skrivas
 om till vänster led. Börja med att
 bryta ut $\sin x$.

14 **Lösning:**
 Motsägelsebevis:
 Antag att $\sin v + \cos v > \sqrt{2}$
 vilket ger $(\sin v + \cos v)^2 > 2$
 Omskrivning ger vänster led
 $\sin^2 v + 2\sin v \cos v + \cos^2 v =$
 $= 1 + \sin 2v \leq 2$ då $\sin 2v \leq 1$
 vilket motsäger antagandet,
 dvs $\sin v + \cos v \leq \sqrt{2}$.

15 **Ledtråd:**
 Skriv om vänsterledet. Förläng
 den första termen med $1 + \cos x$
 och förenkla nämnaren till $\sin^2 x$.
 Skriv om andra termen till $\frac{\cos^3 x}{\sin^2 x}$
 och sätt på gemensamt bråk-
 streck. Bryt ut $\cos^2 x$ i täljaren och
 förenkla.

16 a) $x \approx 56,1^\circ + n \cdot 360^\circ$
 $x \approx 123,9^\circ + n \cdot 360^\circ$
 b) $x \approx \pm 48,4^\circ + n \cdot 180^\circ$

17 a) T ex $\sin x = 0,927$
 b) T ex $\cos x = -0,139$

18 **Lösning:**
 Om k och n är heltal kan
 differensen skrivas
 $2k + 1 - (2n + 1) = 2k - 2n =$
 $= 2(k - n)$ vilket är ett jämnt
 tal eftersom $k - n$ är ett heltal.

19 Nej.
Motivering:
 $\frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)} = \frac{\cos x}{\sin x}$

- 20 $\cos 95^\circ + \cos 55^\circ$
Ledtråd:
 Uttrycket kan förenklas till
 $2 \cos a \cos b$
- 21 a) $-b$ b) b
- 22 Nej.
Motivering:
 $x \approx 141^\circ + n \cdot 900^\circ$
 eller
 $x \approx -191^\circ + n \cdot 900^\circ$
- 23 Nej.
Motivering:
 $\tan 89^\circ = \frac{\sin 89^\circ}{\cos 89^\circ} \approx 57$
 $\tan 89,9^\circ = \frac{\sin 89,9^\circ}{\cos 89,9^\circ} \approx 573$
 När v närmar sig 90° närmar sig $\cos v$ 0 och $\tan v$ växer obegränsat.
- 24 **Ledtråd:**
 Gör ett indirekt bevis
 och visa att om n är ett
 jämnt tal så är n^3 ett jämnt tal.
- 25 Nej, Anders har fel.
Motivering:
 En fördubbling av noll är
 noll vilket ger att vinklarna
 $v = n \cdot 180^\circ$ motsäger påståendet.
Ledtråd:
 Lös ekvationen $2 \sin x = \sin 2x$.
- 26 a) $x = n \cdot 360^\circ$ och
 $x = 20^\circ + n \cdot 40^\circ$
Ledtråd:
 $5x = 4x + n \cdot 360^\circ$ och
 $5x = (180^\circ - 4x) + n \cdot 360^\circ$
 b) $x = n \cdot 180^\circ$ och
 $x = 270^\circ + n \cdot 360^\circ$
- 27 a) 1
 b) Värdet av uttrycket blir 1.
 c) Uttryckets värde är 1 för
 alla $x \neq 90^\circ + n \cdot 180^\circ$.
- 28 Ekvationen har
- 4 lösningar då $a > 5$ och
 då $a < -5$.
 - 2 lösningar då $a = 5$ och
 då $a = -5$
 - 0 lösningar då $-5 < a < 5$

Blandade övningar 1B

- 1 $x \approx -310^\circ$, $x \approx -50^\circ$, $x \approx 50^\circ$,
 $x \approx 310^\circ$
Ledtråd:
 $x \approx \pm 50^\circ + n \cdot 360^\circ$
 Pröva med $n = -1, 0$ och 1
- 2 $x = 15^\circ + n \cdot 180^\circ$
 $x = 75^\circ + n \cdot 180^\circ$
Ledtråd:
 $2x = 30^\circ + n \cdot 360^\circ$
 $2x = (180^\circ - 30^\circ) + n \cdot 360^\circ$
- 3 a) $\sin v = 3/5$
 b) $\cos v = 4/5$
 c) $\sin(90^\circ - v) = 4/5$
 d) $\sin 2v = 24/25$
Ledtråd:
 Använd formeln för $\sin 2v$.
- 4 a) $x \geq 3$ ger att
 $6(x + 1) \geq 6 \cdot (3 + 1) = 24$
 b) **Ledtråd:**
 Visa att $6(x + 1) < 24$
 ger $x < 3$.
- 5 a) 0,77
Ledtråd:
 $\cos 320^\circ = \cos(-40^\circ)$
 b) 0,77
Ledtråd:
 $\cos(90^\circ - v) = \sin v$
- 6 0
Ledtråd:
 Använd additions- och
 subtraktionssatserna.
- 7 D
- 8 0,94
Ledtråd:
 Använd additionsformeln för sinus
 och att $\sin(110^\circ) = \sin(90^\circ + 20^\circ)$
- 9 $\sin v = -\frac{\sqrt{5}}{3}$
Ledtråd:
 I tredje kvadranten är $\sin v < 0$.
- 10 **Ledtråd:**
 Antag att $\frac{1}{1+x^2} > 1$
 och visa att det ger
 $x^2 < 0$ vilket är omöjligt.

- 11 **Ledtråd:**
 Skriv t ex om VL genom att först
 bryta ut $\sin x$ och sedan använda
 formel för dubbla vinkeln.
- 12 T ex $\cos 3x = 1$
- 13 $k = 1,5$
- 14 $x \approx 37^\circ$ och $x \approx 323^\circ$
Ledtråd:
 $\cos(37^\circ) = \cos(-37^\circ) =$
 $= \cos(-37^\circ + 360^\circ)$
- 15 a) $v = 210^\circ$ och $v = 330^\circ$
 b) $210^\circ \leq v \leq 330^\circ$
- 16 T ex $A \approx 0,287$
Ledtråd:
 $\sin^{-1} 0,1 \approx 5,379^\circ$
 $A \cdot 20^\circ \approx 5,379^\circ$
Kommentar:
 Löser vi ekvationen
 $\sin 20A = 0,1$ får vi samtliga
 värden på A .
- 17 Nej.
Motivering:
 Kvadraten av ett udda tal är udda.
 Summan av två udda tal är jämn,
 dvs om vi bara har udda tal så är
 VL jämn medan HL är udda, vilket
 ger motsägelse.
- 18 a) $x = n \cdot 180^\circ$
 b) $x \approx 13,9^\circ + n \cdot 90^\circ$
 $x \approx 47,1^\circ + n \cdot 90^\circ$
- 19 Enhetscirkelns ekvation är
 $x^2 + y^2 = 1$ vilket med
 $x = \cos v$ och $y = \sin v$ ger
 trigonometriska ettan.
- 20 $a > 2/3$ eller $a < -2/3$
Ledtråd:
 Lösning saknas om $\cos 3x > 1$
 eller $\cos 3x < -1$, dvs $3a/2 > 1$
 eller $3a/2 < -1$
- 21 **Ledtråd:**
 Gör ett motsägelsebevis.
 Antag att $VL > 4$ och visa
 med hjälp av formel för dubbla
 vinkeln att det ger en motsägelse.
- 22 T ex $\sin 4x =$
 $= 4 \sin x \cos x (1 - 2 \sin^2 x)$
Ledtråd:
 Formeln för dubbla vinkeln ger
 $\sin 4x = 2 \sin 2x \cos 2x$